Univerzita Karlova v Praze
Přírodovědecká fakulta
katedra sociální geografie a regionálního rozvoje

Studijní program: Geografie
Studijní obor: Učitelství geografie a matematiky pro SŠ

Bc. Gabriela Leipertová

MEZIOBOROVÝ VZTAH KARTOGRAFIE A MATEMATIKY VE VÝUCE NA GYMNÁZIU

Interdisciplinary relation between cartography and mathematics
in the teaching at high school

Diplomová práce

Praha 2012

Vedoucí diplomové práce: RNDr. Pavlína Netrdová, Ph.D.

Na tomto místě bych ráda poděkovala RNDr. Pavlíně Netrdové, Ph.D. za odborné vedení, cenné rady a užitečné připomínky, které mi byly poskytnuty během zpracování mé diplomové práce. Dále bych chtěla poděkovat svým rodičům za morální i finanční podporu při studiu.

Prohlášení:

Prohlašuji, že jsem závěrečnou práci zpracovala samostatně a že jsem uvedla všechny použité informační zdroje a literaturu. Tato práce ani její podstatná část nebyla předložena k získání jiného nebo stejného akademického titulu.

V Praze, 20. 8. 2012

……………………………………

Gabriela Leipertová

Obsah

Seznam grafů

Seznam obrázků

Seznam tabulek

Seznam příloh

Seznam zkratek

Bi	biologie
ČAPV	Česká asociace pedagogického výzkumu
ČGS	Česká geografická společnost
Čj	český jazyk
ČSAV	Československá akademie věd
Fj	francouzský jazyk
Fy	fyzika
GJGJ	Gymnázium Jiřího Gutha-Jarkovského
GJH	Gymnázium Jaroslava Heyrovského
GPJP	Gymnázium profesora Jana Patočky
GV	Gymnázium Voděradská
Che	chemie
IEA	Mezinárodní asociace pro hodnocení vzdělávacích výsledků
KG	Karlínské gymnázium
Ma	matematika
MŠMT	Ministerstvo školství, mládeže a tělovýchovy
RVP	rámcový vzdělávací program
RVP G	Rámcový vzdělávací program pro gymnázia
RVP ZV	Rámcový vzdělávací program pro základní vzdělávání
SPN	Státní pedagogické nakladatelství
SŠ	střední škola
ŠVP	školní vzdělávací program
Tv	tělesná výchova
VÚP	Výzkumný ústav pedagogický
Ze	zeměpis
ZŠ	základní škola

Abstrakt

LEIPERTOVÁ, G. (2012): Mezioborový vztah kartografie a matematiky ve výuce na gymnáziu. Katedra sociální geografie a regionálního rozvoje, Univerzita Karlova v Praze.

Předložená diplomová práce analyzuje mezioborový vztah kartografie a matematiky ve třech rovinách: v rovině zamýšleného kurikula, v rovině realizovaného kurikula a v rovině dosaženého kurikula.

V rovině zamýšleného kurikula jsou studovány zejména projektové dokumenty Rámcový vzdělávací program pro gymnázia a školní vzdělávací programy vybraných gymnázií. Obsahová analýza vybraných učebnic zeměpisu hodnotí vazby kartografie a matematiky na základě výskytu a kvality vysvětlení požadovaného učiva, množství příkladů, obrázků a tabulek. Dále jsou podrobně zpracovány vybrané kapitoly z kartografie, ve kterých se aplikují matematické dovednosti.

V rovině realizovaného kurikula je prostřednictvím dotazníků pro učitele zeměpisu a matematiky zhodnocen reálný stav výuky tohoto mezipředmětového vztahu ve vybraných gymnáziích.

V rovině dosaženého kurikula je prostřednictvím didaktického testu ověřena schopnost žáků propojovat poznatky mezi kartografií a matematikou. Následně je specifikován vztah mezi výsledky žáků a přístupem vyučujících.

Součástí práce je také sbírka kartografických úloh, při jejichž řešení je potřeba matematických dovedností.

Klíčová slova: analýza učebnic, didaktický test, dosažené kurikulum, dotazník, integrovaná výuka, kartografie, matematika, mezipředmětové vztahy, realizované kurikulum, zamýšlené kurikulum

Abstract

LEIPERTOVÁ, G. (2012): Interdisciplinary relation between cartography and mathematics in the teaching at high school. Department of Social Geography and Regional Development, Charles University in Prague.

The present diploma thesis analyses interdisciplinary relations between cartography and mathematics on three levels: on the level of intended curriculum, on the level of implemented curriculum and on the level of attained curriculum.

On the level of the intended curriculum, project documents such as the Framework Educational Programme for High Schools and the School Educational Programmes of selected high schools are especially studied. The content analysis of selected textbooks of geography evaluates relations between cartography and mathematics on the basis of occurrence and (quality of) explication of required subject matters, amount of examples, illustrations and charts. Moreover, selected chapters of cartography, in which mathematical skills are applied, are elaborated in detail.

On the level of the implemented curriculum, the real state of teaching of these interdisciplinary relations at selected high schools is evaluated through questionnaires for teachers of geography and of mathematics.

On the level of the attained curriculum, the ability of pupils to combine knowledge of cartography and mathematics is tested by means of didactical test. Furthermore, relation between results of pupils and approaches of teachers is specified.

The last part of the thesis consists of a collection of cartographic exercises, whose solution requires mathematical skills.

Key words: analysis of textbooks, attained curriculum, cartography, didactical test, implemented curriculum, integrated teaching, intended curriculum, interdisciplinary relations, mathematics, questionnaire

1 Úvod

Lidstvo již od počátku svého vývoje shromažďuje poznatky o světě kolem něj. Tyto poznatky tvořily nejprve velice různorodou směs. Ve starověkém Řecku byly součástí tehdy univerzální vědy s názvem filozofie. Teprve když došlo k jejich dostatečnému nakupení, začaly se pozvolna osamostatňovat jednotlivé vědní disciplíny včetně matematiky a geografie. I přesto řečtí filozofové vynikali ve všech oblastech lidské činnosti. Ovládali rétoriku, aritmetiku, geometrii, astronomii, hudbu i další disciplíny. Dokázali mistrně propojovat všechny svoje znalosti a využívat je pro vysvětlení nejrůznějších jevů kolem sebe a při nalézání základních zákonitostí světa (Kašpárková 2007). Příkladem takového univerzálního filozofa byl např. Erastothenés z Kyrény. Svým dílem přispěl k rozvoji matematiky i geografie. V matematice se věnoval např. klasickému problému zdvojení krychle a zkoumal prvočísla. Vymyslel metodu, jak nalézt všechna prvočísla menší než zadané přirozené číslo. Geografii obohatil tím, když jako první a navíc velice přesně stanovil pomocí úhlové metody obvod Země.

Systém vědních disciplín se promítnul i do školního systému vyučovacích předmětů, které představují jakési jejich zmenšeniny. Rozdělení poznatků do jednotlivých předmětů ale způsobilo, že žáci často nedokážou propojovat znalosti a dovednosti nabyté v jednom předmětu v předmětu jiném. Proto je třeba při výuce dbát na to, aby tyto předměty nebyly navzájem izolovány a snažit se je propojovat vzájemnými vztahy. Pro budoucnost žáka je důležité, aby se na svět dokázal dívat v širokých mezioborových souvislostech a využil při řešení problémů veškerých znalostí, kterých nabyl v různých vyučovacích předmětech (Kühnlová 1999). Jedině tak může být úspěšný stejně jako Erastothenés, který dokázal využít své matematické znalosti při měření obvodu Země.

Pro podporu mezipředmětových vztahů vznikl v roce 2010 tříletý projekt Přírodovědecké a Matematicko-fyzikální fakulty Univerzity Karlovy s názvem Přírodní vědy a matematika na středních školách – aktivně, aktuálně a s aplikacemi. Tento projekt je určen pro učitele matematiky a přírodovědných předmětů, kterým mají být nabídnuty výukové materiály a pomůcky, a má také podporovat využívání zajímavých aktivit, aktuálních informací a aplikací mezi matematikou a přírodními vědami ve výuce (Řezníčková 2010).

Protože geografie využívá matematického aparátu v mnoha svých dílčích disciplínách, jako jsou např. matematická geografie, kartografie či geografie obyvatelstva, ráda bych jednou do svých hodin jako budoucí učitelka matematiky a zeměpisu zařadila integrovanou výuku těchto dvou předmětů. Tato myšlenka mě motivovala k tomu, abych se mezipředmětovému vztahu matematiky a zeměpisu věnovala ve své bakalářské a následně i diplomové práci. Předmětem mého studia se stala aplikace matematických poznatků v kartografii. Důvodem výběru kartografie byla zaprvé skutečnost, že je typickým příkladem vědy postavené na matematických základech. Zadruhé se domnívám, že je jí ve výuce věnována poměrně malá pozornost, a tak bych chtěla zdůraznit její význam v rámci zeměpisu. Má bakalářská práce vznikla jako část teoretického rámce pro práci diplomovou. Z hlediska mezioborového vztahu jsem analyzovala Bílou knihu a Rámcový vzdělávací program pro gymnázia. Dále jsem se podrobně věnovala vybranému kartografickému učivu, které bylo předmětem analýzy zvoleného vzorku učebnic, a možnostem jeho propojení s matematikou. Nakonec jsem vytvořila sbírku kartografických úloh (Leipertová 2010).

Hlavním cílem mé diplomové práce je analyzovat vztah geografie, přesněji jednoho z jejích tematických celků – kartografie, a matematiky, jakožto školních předmětů, a to ve třech rovinách: jednak v rovině zamýšleného kurikula, dále v rovině realizovaného kurikula a v poslední řadě v rovině dosaženého kurikula.

V rovině zamýšleného kurikula podrobně prostuduji dokumenty koncepčního i projektového kurikula. Zaměřím se především na školní vzdělávací programy vybraných gymnázií. Pomocí obsahové analýzy kartografického učiva, ve kterém se využívají poznatky z matematiky, zhodnotím zvolený vzorek středoškolských učebnic zeměpisu.

V rovině realizovaného kurikula prostřednictvím dotazníkového šetření mezi učiteli zeměpisu a matematiky vybraných gymnázií zjistím reálný stav a postoje učitelů k výuce mezioborového vztahu kartografie a matematiky.

V rovině dosaženého kurikula zhodnotím prostřednictvím didaktických testů schopnost žáků vybraných gymnázií aplikovat matematické znalosti a dovednosti při řešení kartografických úloh. Porovnáním výsledků didaktického testování žáků a dotazníkového šetření mezi učiteli zjistím a blíže specifikuji vztah mezi výsledky žáků a přístupem vyučujícího, tj. zda vyučující například svým proaktivním přístupem k propojování poznatků pozitivně ovlivňuje výsledky žáků v didaktickém testu.

Dílčím cílem mé diplomové práce je na základě zjištěných skutečností z analýzy všech třech rovin vytvořit podkladový materiál s ukázkovou sbírkou úloh pro výuku kartografie na gymnáziu.

Prostřednictvím diplomové práce se pokusím odpovědět na tyto výzkumné otázky:

- Jsou nějaké vazby kartografie a matematiky v závazných (RVP G, ŠVP) i nezávazných (učebnice) kurikulárních dokumentech? Pokud ano, jak jsou přesně specifikovány?
- Jaké učebnice jsou nejvhodnější z hlediska podpory vazeb mezi kartografií a matematikou? Používají tyto učebnice učitelé vybraných gymnázií při své přípravě nebo v hodinách zeměpisu?
- Dochází v praxi k propojování kartografie s matematikou? Poukazují učitelé zeměpisu na matematický základ kartografického učiva a počítají s žáky nějaké příklady – jaké konkrétně? Aplikují učitelé matematiky matematické postupy při řešení úloh se zeměpisnou tematikou, a pokud ano, o jaké příklady se konkrétně jedná? Probíhá na vybraných gymnáziích nějaká forma integrované výuky kartografie a matematiky a spolupráce mezi učiteli zeměpisu a matematiky – jaká konkrétně?
- Jakých výsledků dosahuje výuka mezipředmětového vztahu kartografie a matematiky na vybraných gymnáziích? Jsou žáci vůbec schopni použít při řešení zeměpisných úloh dovednosti získané v rámci výuky předmětu matematika? Má na výsledky žáků vliv přístup učitelů zeměpisu a matematiky k výuce zmiňovaného mezipředmětového vztahu?

S uvedenými cíli souvisí struktura celé práce. V teoretickém vstupu do problematiky se věnuji kurikulu a jeho výzkumu u nás i v zahraničí. Dále se zabývám zamýšleným kurikulem, které je v České republice představováno na státní úrovni Bílou knihou a rámcovými vzdělávacími programy a na školní úrovni školními vzdělávacími programy. Následuje analýza zvoleného vzorku učebnic zeměpisu, jakožto dalších kurikulárních dokumentů. V poslední části teoretického rámce se podrobně věnuji kartografickému učivu, ve kterém dochází k aplikaci matematických poznatků.

V dalších kapitolách, které již představují část praktickou, se zabývám dotazníkovým šetřením mezi učiteli a didaktickým testováním žáků - jejich sestavení, průběhu a vyhodnocení. Poslední částí je sbírka kartografických úloh.

2 Teoretický vstup do problematiky

2.1 Kurikulum

Kurikulum je pojem, který je ve školství západních zemí intenzivně používán a zkoumám již od 60. let 20. století. K nám se dostává až počátkem 90. let, ale teprve po vydání tzv. Bílé knihy v roce 2001 se začíná tento pojem hojně skloňovat nejenom mezi pedagogickými odborníky, ale také mezi veřejností, a stává se doslova fenoménem naší doby (Podroužek 2002).

Slovo kurikulum je odvozeno z latinského *currere,* což v překladu znamená běh, či průběh. Jedná se o pojem, pro který neexistuje jednotná definice, a výklad jeho významu se často velmi liší. V Pedagogickém slovníku jsou uvedeny tři základní významy:

1. „Vzdělávací program, projekt, plán.
2. Průběh studia a jeho obsah.
3. Obsah veškeré zkušenosti, kterou žáci získávají ve škole a v činnostech ke škole se vztahujících, její plánování a hodnocení.“ (Průcha 2009b, s. 136)

V tabulce 1 jsou formulovány některé typické definice kurikula. Podle Průchy je „nejužitečnější chápat kurikulum jako obsah vzdělávání“ (Průcha 2009a, s. 244). Upozorňuje zároveň na to, že není možné ztotožňovat obsah vzdělávání s učivem. Učivo tvoří pouze jednu část obsahu vzdělávání. Tou druhou jsou očekávané výstupy – tedy znalosti, dovednosti, hodnoty a postoje, kterých mají žáci prostřednictvím učiva dosáhnout (RVP ZV 2007).

Tabulka 1: Definice kurikula ve vybraných publikacích

název publikace	**definice kurikula**
European Education Thesaurus	„Seznam vyučovacích předmětů a jejich časové dotace pro pravidelné vyučování na daném typu vzdělávací instituce.“ (Evropský pedagogický tezaurus, 1993, s. 71)
Dictionary of Education	„1. Kurikulum v užším vymezení znamená program výuky. 2. Kurikulum v širším vymezení znamená veškeré učení, jež probíhá ve škole nebo v jiných institucích, a to jak plánované, tak neplánované učení. 3. V posledních letech je kurikulum vymezováno jako výběr z kultury společnosti a kurukulum je tvořeno v procesu kulturní analýzy.“ (Lawton, Gordon 1993, s. 66)
Pädagogik	„Kurikula jsou učební plány, a sice takové, jež vznikají na základě vědeckých postupů, určují jasné časové úseky pro vyučování a jsou uzpůsobeny evaluační kontrole a případné inovaci.“ (Roth 1991, s. 659)

Obecná didaktika	„Pojem kurikulum není jednoznačně definován. Rozumí se jím většinou celek učebního plánu a sled předmětů, specifické obsahy látky, souhrn zkušeností, které získávají žáci, vyučovací metody, prostředky a pomůcky, které odpovídají daným obsahům a jsou adekvátní přípravě učitelů.“ (Skalková 2007, s. 77)
Curriculum Development and Implementation of Teaching Programmes	„Vzdělávací projekt určující 1. záměry, cíle a konkrétní úkoly vzdělávacího působení; 2. metody, prostředky a aktivity k dosažení těchto cílů; 3. způsoby a nástroje požadované ke zhodnocení úspěšnosti vzdělávacího působení.“ (Seguin 1991, s. 19)
Sociologický slovník	„Popis organizovaných procesů výuky (cílů, metod, kontrolních mechanizmů, obsahu, organizace) a jejich řízení anebo jej lze využít rovněž pro označení skutečných procesů výuky, které mají z kurikula jako nástroje jejich řízení vycházet.“ (Jandourek 2001, s. 137)

Zdroj: upraveno podle Průcha 2009a, Podroužek 2002

2.2 Výzkum kurikula

Jak bylo již řečeno, výzkum kurikula se v zahraničí rozvíjí přibližně od 60. let 20. století, a tak je množství publikací zabývajících se touto problematikou v dnešní době opravdu rozsáhlé. Na mezinárodní úrovni se jedná např. o encyklopedie The International Encyclopedia of Curriculum (Lewy 1991) či Handbook of Research on Curriculum (Jackson 1992) a časopisy Journal of Curriculum Studies z nakladatelství Taylor and Francis či Curriculum Inquiry z nakladatelství Blackwell. Mezi významné práce patří také monografie Cognition and curriculum Reconsidered (Eisner 1996), německý sborník Didaktik und/oder Curriculum (Hopmann, Riquarts 1995) či práce The Subject Matters: Classroom Activity in Math and Social Studies (Stodolsky 1988) (Průcha 2009a, Maňák, Janík 2006).

Rozsah výzkumu kurikula po roce 1989 je u nás nesrovnatelně nižší než v zemích Západní Evropy. V 90. letech se vydalo jen málo vědeckých prací s touto tématikou. Za zmínku stojí teoretická monografie Kurikulum – Proměny a trendy v mezinárodní perspektivě (Walterová 1994), dále pak Pedagogická evaluace (Průcha 1996). Zájem o výzkum kurikula v České republice stoupl až v době reformy školství[1] (Janík, Knecht 2007). V roce 2005 byla vytvořena při Institutu výzkumu školního vzdělávání Pedagogické fakulty Masarykovy univerzity v Brně tzv. Skupina pro výzkum kurikula[2].

[1] Reforma školství byla započata v roce 2004 schválením nového školského zákona (zákon č. 561/2004).

[2] dříve Skupina pro výzkum učebnic

Jejím cílem je:

a) produkovat kvalitní, spolehlivé a empiricky ověřené poznatky týkající se kurikula, zejména s ohledem na potřeby teorie a praxe;

b) navrhovat, rozvíjet a ověřovat možnosti empirického zkoumání kurikulárních dokumentů, zejména učebnic, včetně širšího kontextu jejich tvorby, schvalování, užívání, hodnocení aj.;

c) poskytovat teoretickou a metodologickou podporu a publikační příležitosti začínajícím i zkušeným badatelům v oblasti výzkumu kurikula;

d) organizovat pravidelné konference a semináře, jež směřují k etablování a dalšímu rozšiřování odborné komunity, která své aktivity směřuje do oblasti kurikulárních studií (Institut výzkumu školního vzdělávání 2012).

Mezi velice důležitou součást výzkumu kurikula se řadí také výzkum učebnic. V zahraničí je to obor široce rozvinutý. Česká republika bohužel i v tomto ohledu za zahraničními zeměmi zaostává. Průcha (1998) tvrdí, že situace kolem výzkumu učebnic je u nás dokonce ještě horší než před rokem 1990, kdy se pod záštitou výzkumného Střediska pro teorii tvorby učebnic při SPN v Praze vydávaly původní práce českých autorů i překlady zahraničních publikací a konaly se celostátní semináře o učebnicích, jejichž výsledky byly zaznamenány do sborníků. Vycházela také řada původních monografií. Výzkumem učebnic zeměpisu se intenzivně zabýval Prof. RNDr. Arnošt Wahla, CSc. Známé jsou např. jeho publikace Tvorba moderních učebnic geografie z roku 1989 či Strukturní složky učebnice geografie z roku 1983.

V zahraničí existuje celá řada institucí věnujících se výzkumu učebnic. Na globální úrovni se jedná především o:

1. International Association for Research on Textbooks and Educational Media[3] (IARTEM), která „sdružuje odborníky z různých zemí“ a „pořádá každý druhý rok mezinárodní konference“ týkající se výzkumu učebnic a edukačních médií (Průcha 1998, s. 36)
2. UNESCO International Textbook Research Network[4], jejímž úkolem je „podporovat výměnu informací o výzkumu učebnic v různých zemích, o plánovaných či zahajovaných výzkumných projektech, o publikacích a institucích v dané sféře aj.“ (Průcha 1998, s. 36).

---

[3] Mezinárodní asociace pro výzkum učebnic a edukačních médií

[4] Mezinárodní síť UNESCO pro výzkum učebnic

V České republice ale podobně specializovaná pracoviště chybí, a tím pádem nedochází k evaluaci učebnic a analýze jejich didaktické kvality téměř vůbec. Vznikají spíše práce z vlastní iniciativy zainteresovaných jedinců než soustavná šetření, jejichž výsledky by bralo na vědomí také Ministerstvo školství, mládeže a tělovýchovy (Průcha 2006). Studiem učebnic zeměpisu se ve svých pracích zabývají např. Weinhöfer (2011), Matýsková (2011), Leipertová (2010), Chárová (2009), Košíková (2008), Janoušková (2008), Knecht (2006, 2007), Hudecová (2001), Svatoňová (2000), Chalupová (2000), Pluskal (1996). Výzkum učebnic je také jednou z oblastí zájmu Skupiny pro výzkum kurikula.

V následujících kapitolách je kurikulum analyzováno z hlediska mezioborového vztahu kartografie a matematiky ve třech rovinách: v rovině zamýšleného kurikula, v rovině realizovaného kurikula a v rovině dosaženého kurikula (viz obr. 1). Toto dělení bylo uplatňováno v rozsáhlých výzkumech IEA[5], odkud bylo také převzato.

Obrázek 1: Roviny kurikula

Zdroj: www.ped.muni.cz/weduresearch/joomla/index.php?option=com_content&view=article&id=89&Itemid=81 (3. 6. 2012); vlastní úprava

[5] Mezinárodní asociace pro hodnocení vzdělávacích výsledků. Jedná se o mezinárodní sdružení výzkumných institucí založené v roce 1959, jehož úkolem je realizovat výzkumy v různých oblastech vzdělávání (Straková 2009).

3 Zamýšlené kurikulum z hlediska vazeb matematiky a kartografie

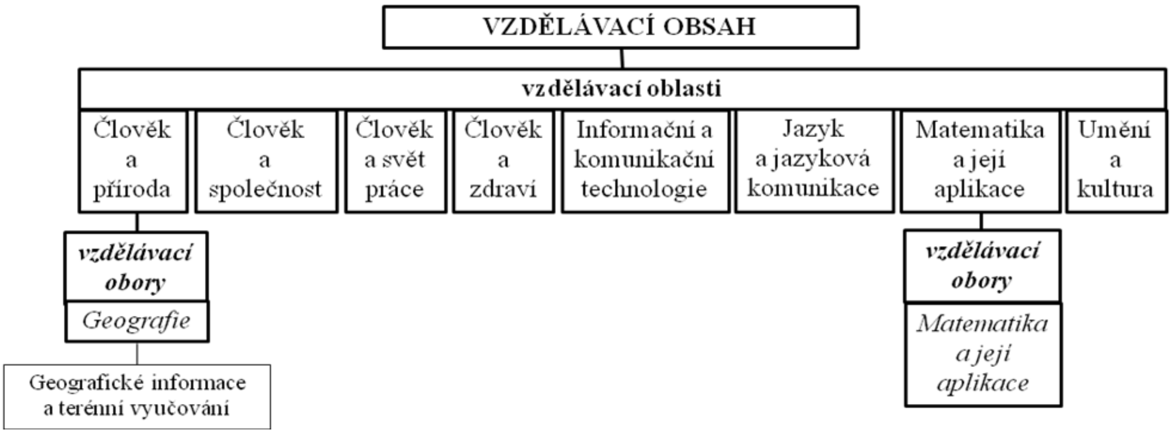
Zamýšlené kurikulum zahrnuje plánované cíle a obsah vzdělávání a je realizováno prostřednictvím dvou forem. První formou je forma koncepční (doporučená). Tu v České republice představuje od roku 2001 Národní program rozvoje vzdělávání, též známý jako Bílá kniha, který formuluje obecné národní cíle vzdělávání, principy vzdělávací politiky a financování. Jedná se o strategický dokument rozpracovávající problematiku celého vzdělávacího systému (RVP G, 2007, s. 5). V Bílé knize je jedním z cílů, že bude podporována celková změna charakteru výuky na všech stupních škol tak, aby byly využívány a šířeny nové aktivní výukové strategie, zejména projektová výuka a různé formy mezipředmětové integrace, které umožní rozvoj klíčových kompetencí, jako nástroje přeměny encyklopedického pojetí vzdělávání (Bílá kniha, 2001, s. 91). Pro účely této diplomové práce je ale významnější forma druhá – projektová, do níž patří vzdělávací programy pro jednotlivé úrovně vzdělávání (tzv. rámcové vzdělávací programy) a konkrétní vzdělávací programy daných škol (tzv. školní vzdělávací programy). Oba programy vznikly v souladu s výše uvedenou Bílou knihou (Maňák, Janík, Švec 2008).

3.1 RVP

Rámcové vzdělávací programy (RVP) jsou závazné kurikulární dokumenty, které formulují vzdělávací obsah včetně očekávané úrovně vzdělání stanovené pro všechny absolventy předškolního, základního, gymnaziálního a středního odborného vzdělávání a určují vzdělávací rámec pro školní vzdělávací programy. Představují státní úroveň projektového kurikula (RVP G, 2007).

Ve své bakalářské práci jsem analyzovala mezioborový vztah kartografie a matematiky. Umístění kartografie a matematiky v RVP G naznačuje obrázek 2. Vzdělávací obsah kartografie a matematiky je uspořádán do vzdělávacích oborů příslušných vzdělávacích oblastí. Kartografie je součástí vzdělávacího oboru Zeměpis, matematika náleží vzdělávacímu oboru Matematika a její aplikace. Vzdělávací obor Zeměpis pak spadá do vzdělávací oblasti Člověk a příroda. Vzdělávací obor Matematika a její aplikace vytváří stejnojmennou vzdělávací oblast.

Obrázek 2: Umístění kartografie a matematiky v RVP G



Zdroj: vlastní tvorba na základě RVP G 2007

V úvodu vzdělávací oblasti Člověk a příroda je zdůrazňován multidisciplinární a interdisciplinární přístup a potřeba odstraňování přebytečných bariér, které by bránily spolupráci mezi jednotlivými vzdělávacími obory (RVP G, 2007, s. 26). V úvodu vzdělávací oblasti Matematika a její aplikace je taktéž vyzdvihována důležitost propojení matematiky s dalšími vzdělávacími oblastmi a pěstování schopnosti její aplikace (RVP G, 2007, s. 22). Ovšem v jednotlivých vzdělávacích oborech nejsou mezioborové vztahy zeměpisu, resp. kartografie a matematiky dále rozvíjeny (Leipertová 2010).

Po analýze kartografického učiva v RVP G a matematického učiva v RVP ZV bylo zjištěno, že kartografie využívá téměř všechny matematické znalosti a dovednosti žáků 2. stupně základních škol a to zejména při práci s mapou či jinými kartografickými produkty – při výpočtu měřítka, měření a počítání vzdáleností, ploch a úhlů či práci se statistickými soubory dat. Prospěšnost zeměpisu, resp. kartografie a matematiky je tedy vzájemná. Zeměpis může matematice poskytnout zajímavé aplikační úlohy z oblasti kartografie, matematika naopak může poskytnout zeměpisu nejrůznější metody výpočtů kartografických úloh (Leipertová 2010).

3.2 ŠVP

Školní vzdělávací programy (ŠVP) představují školní úroveň projektového kurikula. Obsahují identifikační údaje a charakteristiku školy, charakteristiku samotného školního vzdělávacího programu a učební plány a učební osnovy s časovými dotacemi a charakteristikami jednotlivých vyučovacích předmětů, které si školy samy vytvářejí.

Učební osnovy a učební plány vyučovacích předmětů vycházejí ze vzdělávacího obsahu a minimální časové dotace vzdělávacích oborů příslušných rámcových vzdělávacích programů. Konkrétně gymnázia sestavují své vzdělávacích programy v souladu s RVP G.

V ŠVP je také možné integrovat tematické okruhy, celky a témata různých vzdělávacích oborů v RVP G tak, aby byly maximálně podpořeny mezioborové (mezipředmětové) vztahy. Pokud škola využije této možnosti, musí integrace vzdělávacího obsahu v ŠVP cíleně směřovat k rozvíjení schopnosti žáků vzájemně propojovat nabyté vědomosti a dovednosti (RVP G, 2007, s. 12).

V ŠVP vybraných gymnázií jsem sledovala vazby kartografie a matematiky. Gymnázia byla vybrána náhodně ze seznamu pražských státních gymnázií se všeobecným zaměřením a jejich školní vzdělávací programy byly staženy z jejich oficiálních internetových stránek. Tabulka 2 uvádí základní informace o zkoumaných gymnáziích.

Tabulka 2: Základní identifikační údaje vybraných gymnázií

název	zkratka	adresa	oficiální stránky
Gymnázium Jiřího Gutha-Jarkovského	GJGJ	Truhlářská 22 110 00, Praha 1	www.truhla.cz/gymnazium
Gymnázium Jaroslava Heyrovského	GJH	Mezi Školami 2475/29 158 00, Praha 5	www.gymjh.cz
Gymnázium profesora Jana Patočky	GPJP	Jindřišská 36/966 110 00, Praha 1	www.gpjp.cz
Gymnázium Voděradská	GV	Voděradská 900/2 100 00, Praha 10	www.gymvod.cz
Karlínské gymnázium	KG	Pernerova 25 186 00, Praha 8	www.gyperner.cz

Zdroj: vlastní tvorba s využitím údajů dostupných na uvedených internetových stránkách škol

Poznámka: Zkratka vytvořená z počátečních písmen slov z názvu gymnázií bude používána v dalších tabulkách a textu jako identifikační údaj jednotlivých gymnázií.

Kartografie je ve všech zkoumaných ŠVP součástí vyučovacího předmětu Zeměpis (popř. Geografie), který je umístěn podobně jako v RVP G ve vzdělávací oblasti Člověk a příroda. Vyučovací předmět Matematika je umístěn ve vzdělávací oblasti Matematika a její aplikace. Ve většině školních vzdělávacích programů došlo pouze opisu očekávaných výstupů tematického okruhu Geografické informace a terénní vyučování z RVP G. Ve ŠVP Gymnázia Voděradská sice doslovný přepis nenajdeme, ale v podstatě se jedná o stejné očekávané výstupy bez využití možnosti jejich inovace, jako jsou uvedeny v RVP G.

Ve vybraných ŠVP jsem hledala pasáže věnující se mezioborovým (mezipředmětovým) vztahům a to ať už obecně nebo konkrétně pro případ zeměpisu (kartografie) a matematiky. Údaje jsem pro přehlednost zaznamenala do přílohy 1.

Mezioborové vztahy kartografie a matematiky byly zmiňovány na třech úrovních:

1. v charakteristice školních vzdělávacích programů,
2. v charakteristice vzdělávacích oblastí Člověk a příroda a Matematika a její aplikace,
3. v charakteristice vyučovacích předmětů Zeměpis a Matematika.

Gymnázium Jiřího Gutha – Jarkovského se ve svém ŠVP o mezipředmětových vztazích a jejich významu vůbec nezmiňuje. Ani v učebních osnovách jednotlivých předmětů není upozorňováno na přesahy učiva do jiných předmětů.

Ve ŠVP Gymnázia Jaroslava Heyrovského je mezioborový vztah kartografie a matematiky popsán zdaleka nejlépe ze všech zkoumaných ŠVP. Na význam mezioborových vztahů lze narazit v úvodní charakteristice ŠVP, konkrétně v kompetencích k učení (s. 6). V charakteristice předmětu zeměpis je popisována integrační funkce zeměpisu a jeho vazby k různým vědním oborům či vyučovacím předmětům (s. 67). V charakteristice předmětu matematika je zmíněna potřeba matematiky v mnoha oblastech lidské činnosti (s. 86). Součástí vzdělávacích obsahů jednotlivých předmětů je kromě očekávaných výstupů a učiva také kolonka „Vazby a přesahy“ s předměty a konkrétním učivem, které se prolíná s uvedeným tematickým okruhem. V tematickém okruhu Kartografie, geografické informace a zdroje dat je upozorněno na přesah do matematiky. Konkrétně se jedná o úhly, převody jednotek a trigonometrii. V matematice je přesahů do zeměpisu hned několik. Tabulka 3 uvádí možné přesahy matematiky do kartografie.

Tabulka 3: Vazby a přesahy matematiky do kartografie

ročník	**tematický okruh**	**vazby a přesahy**
1.	Základní poznatky z matematiky	délky pohoří, rozlohy moří, pouští
2.	Funkce	grafické znázornění různých závislostí
2.	Goniometrické funkce v pravoúhlém trojúhelníku	Souřadnice
2.	Geometrické útvary v rovině	úhel azimutu, zeměpisná šířka, zeměpisná délka
2.	Zobrazení v rovině	kartografická projekce
3.	Tělesa	zeměpisná pásma, Země - příklad koule

Zdroj: ŠVP Gymnázia Jaroslava Heyrovského – čtyřleté studium,

dostupné z www.gymjh.cz/cs/vzdelavaciprogram/vzdelavaciprogramy.htm (15. 3. 2012)

V ŠVP Gymnázia profesora Jana Patočky je pouze krátká zmínka o interdisciplinární povaze geografie (s. 110). Podobně jako v případě Gymnázia Jaroslava Heyrovského byl vzdělávací obsah jednotlivých předmětů rozšířen o kolonky „Vazby na předmět“ a „Co váže“. V případě geografie není ani jedna vazba s matematikou. V případě matematiky je vazba na geodézii a kartografii v tematickém okruhu Funkce a funkční závislosti spadajícího do 2. ročníku.

Gymnázium Voděradská uvádí v kompetencích k řešení problémů v základní charakteristice ŠVP, že žáky vede k dovednosti vyhledávat souvislosti a propojovat poznatky různého druhu (s. 17). V charakteristice vyučovacího předmětu zeměpis je jedním z cílů integrace poznatků ze zeměpisu, ale i z jiných vědních obrů (s. 123 – 124). V charakteristice matematiky je upozorněno na její uplatnění v mnoha oborech lidské činnosti (s. 104). Vzdělávací obsah vyučovacích předmětů je opět rozšířen o kolonku „Vazby a přesahy (mezipředmětové vztahy, průřezová témata)“, ve které jsou uvedeny zkratky předmětů a tematické okruhy vázající se na daný předmět vybraného ročníku. Ve vzdělávacím obsahu vyučovacího předmětu zeměpis nejsou zmíněny vazby s matematikou. V opačném případě jsou uvedeny vazby matematiky se zeměpisem pouze ve 4. ročníku při učivu ze statistiky (s. 67).

V ŠVP Karlínského gymnázia jsou mezioborové (mezipředmětové) vztahy zmiňovány jak v obecné charakteristice ŠVP, tak v charakteristikách vzdělávacích oblastí Člověk a příroda a Matematika a její aplikace i vyučovacích předmětech zeměpis a matematika. V charakteristice ŠVP je jednou z kompetencí k řešení problémů používat poznatky z jednoho předmětu v předmětech ostatních (s. 9). V charakteristice vzdělávacího oboru Člověk a příroda se píše o využívání matematických prostředků k vyjadřování přírodovědných vztahů a zákonů (s. 2). V charakteristice vyučovacího předmětu zeměpis je jako jeden z cílů uvedeno vytváření vzájemných vazeb a souvislostí mezi informacemi (s. 3). Zejména pak ve vzdělávací oblasti matematika a její aplikace je kladen důraz na pochopení vzájemných vztahů a vazeb mezi okruhy učiva a k aplikaci matematických poznatků v dalších vzdělávacích oblastech a význam jiných předmětů včetně těch přírodovědných pro matematiku (s. 1 - 2). Samotný vzdělávací obsah jednotlivých předmětů neobsahuje upozornění na vazby či přesahy do jiných předmětů.

Z analýzy vybraných ŠVP vyplývá individuální přístup gymnázií k problematice mezipředmětových vztahů. U čtyř z pěti vybraných škol by podle jejich ŠVP mělo docházet k rozvoji mezipředmětových vztahů. Ve školních vzdělávacích programech Gymnázia Jaroslava Heyrovského, Gymnázia profesora Jana Patočky a Gymnázia

Voděradská jsou dokonce přímo zdůrazňovány vazby mezi jednotlivými tematickými okruhy zeměpisu (včetně kartografie) a matematiky.

3.3 Učebnice zeměpisu

Učebnice řadíme mezi didaktické prostředky, které ani v dnešní době – v době počítačů a dalších multimédií – ještě nevymizely ze sféry vzdělávání. Průcha tvrdí, že např. v USA „nastává dokonce bouřlivý rozvoj jejich využívání“ (Průcha 2009a, s. 277). To je zřejmě dáno specifičností jejích vlastností a funkcí, které ostatní učební pomůcky postrádají. Učebnice jsou základním zdrojem informací pro žáky i učitele. Žákům slouží k řízení a stimulaci jejich učení (např. pomocí otázek a úkolů), učitelům pomáhají s plánováním a organizací výuky. Lze je ale také pojmout jako kurikulární dokumenty, protože prezentují výsek plánovaného obsahu vzdělávání, tedy zamýšleného kurikula (Knecht, Janík 2008).

Následující podkapitoly se věnují obsahové analýze vybraného vzorku učebnic zeměpisu. Výsledky obsahové analýzy odrážejí kvalitativní parametry učebnic a mohly by sloužit jako vodítko pro učitele při výběru a hodnocení učebnic. Jak prokázala Sikorová, tak většina učitelů by takovou pomoc uvítala (Sikorová 2004).

3.3.1 Metodika analýzy vybraných učebnic zeměpisu

V učebnicích zeměpisu byla provedena obsahová analýza učiva významného z hlediska propojení kartografie a matematiky. Touto analýzou navazuji na obsahovou analýzu učiva ze své bakalářské práce. Z toho důvodu byl zvolen stejný vzorek učebnic. Jména autorů, názvy učebnic, nakladatelství, místo a rok vydání a počet stran jsou umístěny v tabulce 4. Titulní strany učebnic jsou k nahlédnutí v příloze 2.

Tabulka 4: Vzorek učebnic zeměpisu pro střední školy

	autor	**název**	**nakladatelství**	**místo vydání**	**rok vydání**	**počet stran**
1.	Mičian	Zeměpis pro 1. ročník gymnázií	SPN	Praha	1984	296
2.	Gardavský	Zeměpis pro 2. ročník gymnázií	SPN	Praha	1985	192

3.	Demek, Voženílek, Vysoudil	Geografie pro střední školy I - Fyzickogeografická část	SPN	Praha	1997	96
4.	Jánský a kol.	Země – úvod do geografie	ČGS	Praha	1997	64
5.	Kašparovský	Zeměpis I v kostce: pro střední školy	Fragment	Praha	1999	139
6.	Bičík, Jánský a kol.	Příroda a lidé Země: učebnice zeměpisu pro střední školy	ČGS	Praha	2001	136
7.	Smolová	Zeměpis na dlani	Rubico	Olomouc	2003	124
8.	Karas, Hanák	Maturitní otázky ze zeměpisu	Tutor	Praha	2006	216

Zdroj: Leipertová 2010

Analýza učebnic z hlediska vazeb kartografie a matematiky byla podle Leipertové (2010) rozdělena do tří částí. První část byla zaměřena na výskyt učiva, které je významné po stránce propojení kartografie a matematiky. Pro přehlednost byla vytvořena tabulka (viz příloha 3), do které bylo zaznamenáváno:

1. zda se požadované učivo ve vybraných učebnicích vyskytuje či nikoliv,
2. četnost výskytu učiva.

Tabulka vznikla rozšířením tabulky 4 (Leipertová 2010, s. 20) o učivo, kterému se dále podrobněji věnuji v kapitole 3.4. Toto učivo je označeno symbolem „*“. Místo názvů učebnic jsem z praktického důvodu použila pořadová čísla, která odpovídají pořadí učebnic v tabulce 4.

Ve druhé části analýzy učebnic jsem hodnotila, jak je učivo ve vybraných učebnicích vysvětleno. Pro tento účel byly vytvořeny následující kategorie:

1. učivo je vysvětleno VELMI PODROBNĚ (přesný a rozsáhlý popis učiva, téměř na úrovni vysokoškolského učiva),
2. učivo je vysvětleno DOSTATEČNĚ (stručný popis učiva, ze kterého je ale zcela zřejmé, o co se jedná),
3. učivo je vysvětleno NEDOSTATEČNĚ (učivo pouze zmíněno bez podrobnějšího vysvětlení, nemusí být pro žáky pochopitelné).

Dále byl určen podíl učiva vysvětleného velmi dobře, dostatečně a nedostatečně na celkovém množství učiva. Výsledky hodnocení uvádí příloha 4.

Ve třetí části analýzy učebnic jsem sledovala a do tabulky v příloze 5 zaznamenala množství učebních úloh vhodných z hlediska propojení kartografie a matematiky a výskyt jejich řešení. Jednotlivé úlohy jsem rozdělila na úlohy teoretické a praktické. Mezi úlohy teoretické byly zařazeny úlohy ověřující především vědomosti žáků, mezi úlohy praktické zase úlohy ověřující vedle vědomostí také dovednosti žáků. Za hodnotnější pro rozvoj klíčových kompetencí žáků[6] v oblasti aplikace matematiky v kartografii považuji úlohy praktické. Typická slovesa vyskytující se v zadání teoretických a praktických úloh uvádí tabulka 5.

Tabulka 5: Příklady typických sloves vyskytujících se v zadání učebních úloh

	úlohy teoretické	**úlohy praktické**
typická slovesa v zadání úloh	vysvětlit pojem	změřit na mapě
	charakterizovat	zjistit z atlasu
	popsat rozdíl	najít v atlasu
	uvést příklad	vypočítat
	vyjmenovat	vytvořit
	zhodnotit	nakreslit

Zdroj: vlastní tvorba

Dále jsem se zaměřila na množství doprovodných obrázků a tabulek, které by měly přispívat k obrazové prezentaci, a tudíž i k lepšímu pochopení učiva. Výsledky byly opět zaznamenány do tabulky v příloze 5.

3.3.2 Výsledky analýzy vybraných učebnic

Z první části obsahové analýzy učebnic je patrné, že největší podíl požadovaného učiva (15 pojmů ze 17) vykazují učebnice Zeměpis pro 1. ročník gymnázií a Zeměpis pro 2. Ročník brány jako celek, dále Země a její přepracované vydání Příroda a lidé Země.

[6] „Soubor vědomostí, dovedností, schopností, postojů a hodnot, které jsou důležité pro osobní rozvoj jedince, jeho aktivní zapojení do společnosti a budoucí uplatnění v životě” (RVP G, 2007, s. 8)

Následuje Zeměpis I v kostce s 13 pojmy ze 17. Zbylým učebnicím chybí šest pojmů ze 17 (tj. více než 35 %).

Z požadovaného učiva, které v tabulce není označeno symbolem „*“, bylo ve vybraném vzorku učebnic nejméně zastoupeno učivo týkající se měření úhlů, a to pouze v jedné učebnici z osmi. Také další učivo zabývající se měřením na mapách – měření délek, měření ploch – nalezneme jen ve třech učebnicích z osmi. Tři učebnice z osmi obsahovaly učivo o zeměpisných souřadnicích. Zřejmě se předpokládá znalost tohoto učivo ze základní školy. Pouze ve dvou učebnicích z osmi se nachází pojem kartografická anamorfóza. Zbylé učivo bylo možno nalézt alespoň u poloviny vybraných učebnic (Leipertová 2010).

Z učiva označeného symbolem „*“ bylo ve vybraných učebnicích nejméně zastoupeno učivo o kartografických projekcích. Toto učivo se nevyskytovalo ani u jedné poloviny zkoumaných učebnic. Jednalo se zejména o ty učebnice, ve kterých nebyl podrobněji vysvětlen způsob zobrazování bodů z referenční koule na zobrazovací plochu. Zbylé učivo se vyskytovalo ve všech učebnicích. Za zmínku ještě stojí to, že učivo o tvaru Země bylo zařazováno spíše do tematického celku Země jako vesmírné těleso[7] (Země – součást vesmíru[8], Planeta Země[9]), přestože úzce souvisí i s kartografií.

Druhá část obsahové analýzy vypovídá o kvalitě požadovaného učiva. Největší podíl velmi podrobně vysvětleného učiva vykazují učebnice Zeměpis I v kostce a soubor učebnic Zeměpis pro 1. ročník gymnázií a Zeměpis pro 2. ročník gymnázií, a to necelých 70 %. U starších učebnic, jako jsou Zeměpis pro 1. a 2. ročník gymnázií, se dal takto vysoký podíl velmi dobře vysvětleného učiva předpokládat. V případě učebnice Zeměpis I v kostce je to poměrně překvapující, protože se jedná o souhrn veškerého středoškolského učiva zeměpisu. Téměř 50 % učiva je vysvětleno velmi podrobně v učebnicích Geografie pro střední školy a Zeměpis na dlani. Geografie pro střední školy na druhou stranu disponuje také nejvyšším podílem nedostatečně vysvětleného učiva. Z hlediska dostatečného vysvětlení učiva nejvíce vyhovují učebnice Země a Příroda a lidé Země.

Třetí část obsahové analýzy byla zaměřena v první řadě na učební úlohy vhodné z hlediska propojení kartografie a matematiky. V učebnicích bylo nalezeno celkem 103 úloh, z toho více než 54 % tvořily úlohy praktické. Nejvíce učebních úloh (celkem 40) je

---

[7]Zeměpis I v kostce, Země, Příroda a lidé Země

[8] Zeměpis na dlani

[9] Geografie pro střední školy I

možné najít v souboru učebnic Zeměpis pro 1. ročník gymnázií a Zeměpis pro 2. ročník gymnázií, přičemž 47 % z nich představují úlohy praktické. Velké množství úloh (celkem 32) se 44 % úlohami praktickými se nachází v učebnici Geografie pro střední školy I. Všechny tři zmíněné učebnice doporučuji využívat jako zdroj úloh pro výuku kartografie (či matematiky). Zbývající učebnice již disponují menším počtem úloh. Vysoké procento praktických úloh je zastoupeno v učebnicích Země a Příroda a lidé Země. Jedná se o více než 70 % úloh. Maturitní otázky ze zeměpisu obsahují pouze čtyři úlohy vhodné z hlediska propojení kartografie a matematiky, z toho dvě úlohy jsou praktické. Zbylé učebnice jakékoliv učební úlohy postrádají. Ze zkoumaného vzorku učebnic pouze jedna obsahuje řešení učebních úloh. Jedná se o Maturitní otázky ze zeměpisu. Učební úlohy zde mají formu testových otázek, které jsou rozděleny do základních testových úloh a rozšiřujících testových úloh. Klíč k základním testovým úlohám obsahuje pouze správnou odpověď. Klíč k rozšiřujícím testovým úlohám obsahuje kromě správné odpovědi také postup řešení.

V rámci obsahové analýzy učiva bylo dále hodnoceno množství obrázků a tabulek. Celkem bylo v učebnicích nalezeno 108 obrázků. Většina obrázků je velice názorných a vhodně doplňuje výklad. Největší obrázkovou vybaveností disponuje učivo o kartografických zobrazeních. Obrázky v učebnicích Geografie pro střední školy I, Země a Příroda a lidé Země jsou barevné, ve zbylých učebnicích jsou černobílé. Největší podíl obrázků ze všech učebnic je zastoupen v učebnici Geografie pro střední školy I. Učebnice obsahuje celkem 31 obrázků, z mého pohledu navíc velice kvalitních po grafické i didaktické stránce. Poměrně vysokým počtem obrázků je prezentováno učivo také v souhrnech středoškolského učiva Zeměpis I v kostce a Maturitní otázky ze zeměpisu (viz příloha 5). Tabulky byly nalezeny pouze ve čtyřech učebnicích (viz příloha 5). Týkaly se výhradně parametrů zemského tělesa.

Podle mého názoru je pro výuku mezioborového vztahu kartografie a matematiky nejdůležitější dostatečné množství úloh (zejména těch praktických), dále pak podíl zastoupení velmi podrobně či podrobně vysvětleného učiva (ideálně doplněného názornými obrázky). Na základě toho jsem po rozšíření obsahové analýzy učebnic o další učivo došla k následujícím závěrům:

1. Z hlediska propojení matematiky a kartografie nejvíce vyhovuje dvoudílná řada učebnic Zeměpis pro 1. ročník gymnázií a Zeměpis pro 2. ročník gymnázií. Problémem je, že tato řada učebnic je již velmi stará (takže už se nedá na trhu s učebnicemi sehnat) a její grafická stránka ztrácí na atraktivitě při srovnání s novějšími učebnicemi. Doporučovala bych z ní

ale využít kapitoly Měření na mapách a Mapa jako prostředek branné výchovy, které se v novějších učebnicích v takovém rozsahu nevyskytují.

2. Učebnice vhodná pro učitele jako jakýsi přehled toho, co vše se dá v kartografii z hlediska jejích vazeb s matematikou probírat, je učebnice Příroda a lidé Země. Učivo, které je vysvětleno dostatečně, ale poměrně stručně, je potřeba rozšířit podrobnějším výkladem, dalšími učebními úlohami a obrázky, které chybí zejména v části věnující se kartografickým zobrazením.

3. Učebnici běžně v knihkupectvích dostupnou, kterou bych doporučila žákům pro velké množství příkladů a velmi názorných obrázků, je Geografie pro střední školy I.

3.3.3 Příklady úloh z vybraných učebnic

Zvolený vzorek učebnic je možno využít jako zdroj učebních úloh pro učitele i žáky. Podobně jako ve své bakalářské práci jsem vybrala několik typových úloh, při jejichž řešení žáci využívají matematické znalosti a dovednosti. Zaměřila jsem se ale pouze na ty úlohy, které se vztahují k učivu, jemuž se podrobněji budu věnovat v kapitole 3.4. Úlohy jsem tematicky roztřídila do tří skupin: Tvar a velikost Země, Kartografická zobrazení, Zkreslení. U každé úlohy uvádím název učebnice, ze které jsem čerpala, stranu a cvičení.

Tvar a velikost Země

Geografie pro střední školy 1 - Fyzickogeografická část, str. 17, cvičení 1:

Kterými tvary lze popsat zemské těleso?

Zeměpis pro 2. ročník gymnázií, str. 13, cvičení 1:

Charakterizujte různé topografické průmětny.

Zeměpis pro 1. ročník gymnázií, str. 34, cvičení 1:

Porovnejte délku poledníků a délku rovníku (tab. str. 24). Odvoďte z toho tvar Země a velikost Země.

Kartografická zobrazení

Zeměpis pro 2. ročník gymnázií, str. 19, cvičení 2:

Načrtněte polohu glóbu a kuželového pláště při kuželovém zobrazení v obecné poloze (kužel je tečný), která se používá při konstrukci topografických map ČSSR. Jak se zobrazuje geografická síť? Jakou vzájemnou polohu mají poledníky a rovnoběžky? Dokumentujte na příkladech map z Atlasu světa nebo Atlasu ČSSR.

Geografie pro střední školy 1 - Fyzickogeografická část, str. 23, cvičení 2:
Určete druh zobrazení mapy České republiky ve Školním atlase podle průběhu poledníků a rovnoběžek.

Maturitní otázky ze zeměpisu, str. 28, rozšiřující testové úlohy 1:
K mapám, které jsou součástí školního atlasu světa, přiřaďte druh zobrazení, který se pro jejich realizaci hodí nejlépe.

A) Fyzická mapa světa	*a) azimutální*
B) Mapa časových pásem	*b) kuželové*
C) Mapa Arktidy	*c) krychlové*
D) Politická map Evropy	*d) válcové*
	e) obecné

Zkreslení

Zeměpis pro 1. ročník gymnázií, str. 44, cvičení 7:
Podle mapy světa v Atlase světa vypočítejte délku rovníku a poledníku 15° východní délky. Vypočítejte i délku rovníku a poledníku daného na referenční kouli (R = 6371 km). Vypočítejte rozdíl mezi délkami na referenční kouli a na mapě. Tento rozdíl poskytuje představu o délkovém zkreslení mapy na rovníku a na daném poledníku. Výpočet opakujte na některé rovnoběžce a jiném poledníku.

Geografie pro střední školy 1 - Fyzickogeografická část, str. 23, cvičení 3:
Vypočítejte skutečnou délku rovníku a v přepočtu podle měřítka vyhledejte mapy s délkově zachovalým rovníkem.

Příroda a lidé Země: učebnice zeměpisu pro střední školy, str. 12, cvičení 5:
Změřte na glóbu vzdálenost Grónsko – Tajmyr a porovnejte ji se vzdáleností naměřenou na mapě.

3.4 Možnosti aplikace matematických dovedností ve vybraných tematických oblastech kartografie

V bakalářské práci jsem z rozsahu učební látky kartografie na gymnáziu vybrala tematické oblasti, ve kterých žáci mohou či by pro úplné porozumění učivu měli využívat matematické znalosti a dovednosti, a část z nich jsem také podrobněji zpracovala s cílem ukázat významné a nutné propojení kartografie a matematiky a společné dějiny vývoje obou těchto věd. Jednalo se o Souřadnicové systémy, Měřítko mapy a glóbu, Měření na mapách, Kartogramy, Kartodiagramy a Kartografickou anamorfózu. Zbylým tématům zabývajících se Tvarem a velikostí Země, Zkreslením map a Kartografickými zobrazeními se věnuji v následujících podkapitolách. Podkapitoly jsou zpracovány tak, aby je bylo možné využít přímo při výuce kartografie jako učební pomůcku učitele. V každé z nich je shrnuta základní teorie a je nastíněno praktické využití studovaného tématu. Nechybí ani několik vzorových příkladů s obecným zadáním a řešením. Při zpracování této kapitoly jsem využila Školní atlas světa od nakladatelství Kartografie Praha z roku 1998, protože se již v novějších atlasech skoro vůbec nevyskytuje část věnovaná kartografickým zobrazením a pokud ano, tak není uvedeno použité zobrazení u jednotlivých map. Obálka atlasu je k nahlédnutí v příloze 2. V tabulce 6 jsou uvedeny základní matematické dovednosti, které se v jednotlivých podkapitolách aplikují.

Tabulka 6: Matematické dovednosti aplikované ve vybraných tematických oblastech kartografie

tematická oblast kartografie	**aplikovaná matematická dovednost**
Tvar a velikost Země	žák provádí převody jednotek délky žák provádí početní operace v oboru reálných čísel žák užívá ve výpočtech mocninu a odmocninu žák zaokrouhluje a provádí odhady s danou přesností žák účelně využívá kalkulátor a matematické tabulky žák charakterizuje a analyzuje vlastnosti koule a elipsoidu žák vypočítá objem a povrch koule a elipsoidu žák vypočítá obvod kružnice žák určuje velikost úhlu měřením a výpočtem žák dosazuje do vzorce žák vyjadřuje neznámou ze vzorce žák upravuje číselné výrazy žák pracuje s proměnnými žák využívá poznatky o funkcích

Kartografická zobrazení	žák provádí početní operace v oboru reálných čísel žák užívá ve výpočtech mocninu a odmocninu žák účelně využívá kalkulátor žák dosazuje do vzorce žák využívá poznatky o funkcích žák upravuje číselné výrazy žák užívá ve výpočtech mocninu žák řeší aplikační úlohy s využitím poznatků o funkcích žák sestrojí pomocí pravítka, kružítka či úhloměru geometrický útvar zadaných vlastností
Zkreslení	žák provádí převody jednotek délky žák provádí početní operace v oboru reálných čísel žák účelně využívá kalkulátor žák určuje velikost úhlu měřením a výpočtem žák určuje velikost úsečky měřením žák vypočítá a změří obsah základních rovinných útvarů žák upravuje číselné výrazy žák řeší výpočtem situace vyjádřené poměrem žák pracuje s měřítky map a plánů

Zdroj: vlastní tvorba s využitím údajů z RVP ZV, RVP G

3.4.1 Tvar a velikost Země

Stanovení velikosti a tvaru Země má pro kartografii zásadní význam. Na základě těchto dvou údajů vznikají totiž souřadnicové systémy určující zeměpisnou polohu bodů na zemském povrchu.

Země je nepravidelné těleso, jehož povrch se zdá velice drsný a hrubý. Nejvyšší místo na Zemi – Mount Everest v Himalájích – dosahuje nadmořské výšky 8 848 m, zatímco nejnižší místo – dno Mariánského příkopu – se nachází 11 034 m pod hladinou Tichého oceánu (Hanus, Šídlo 2011). Ovšem „pokud si Zemi představíme jako míč s průměrem 25,4 cm (vztaženo k hladině oceánů), pak by se Mount Everest tyčil do výšky 0,176 mm a Mariánský příkop by se zahluboval do hloubky 0,218 mm” (Robinson 1995, s. 42). Takže by byly tyto extrémy sotva patrné a zemský povrch by se dal považovat za poměrně hladký.

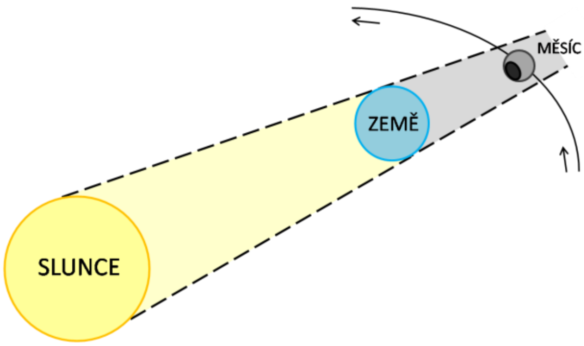
V minulosti vznikala celá řada nejrůznějších představ o tom, jak vypadá tvar zemského tělesa. Země byla považována např. za „ohromný kotouč obklopený světovým oceánem“ (obr. 3) nebo za „desku nakloněnou k jihu spočívající na stlačeném vzduchu nebeské polokoule“ (Hons, Šimák 1942b, s. 15).

Obrázek 3: Hecataeova mapa světa z 6. století př. n. l.

Zdroj: www.britannica.com/EBchecked/media/110753/Map-based-on-the-geography-of-Hecataeus-of-Miletus (25. 2. 2012)

Myšlenka o kulatosti Země se zrodila ve starověku, kdy si řečtí, ale také např. babylonští či egyptští astronomové všimli, že tvar stínu, který vrhá Země na Měsíc při jeho zatmění, je kulatý (viz obr. 4). Z toho usoudili, že Země musí být také kulatá.

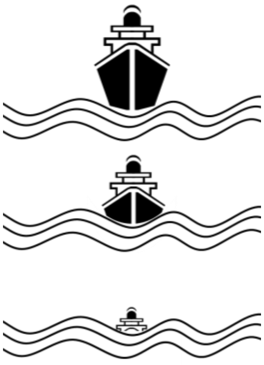
Obrázek 4: Zatmění Měsíce



Zdroj: upraveno podle Novák, Demek 1998

Z významných řeckých učenců vyslovil myšlenku o kulatosti Země jako první kolem roku 600 př. n. l. Tháles z Milétu. Na jeho učení navázali např. Pythagoras či Platón. Všichni tři učenci znamenali velký přínos i pro matematiku: Tháles se proslavil kružnicí sestrojenou nad přeponou pravoúhlého trojúhelníka (tzv. Thaletova kružnice), Pythagoras větou o vztahu odvěsen a přepony v pravoúhlém trojúhelníku (tzv. Pythagorova věta) a Platón studiem pravidelných konvexních mnohostěnů (tzv. platónská tělesa). Ve 4. stol. př. n. l. si slavný Aristothelés, též významný matematik (zakladatel logiky), všiml pozvolného mizení odplouvající lodi za horizontem (viz obr. 5) (Hons, Šimák 1942b). Tak vznikl další z nepopiratelných důkazů kulatosti Země a názor, že je Země kulatá, se ustálil nejenom mezi učenci starověkého Řecka, ale rozšířil se i daleko za jeho hranicemi.

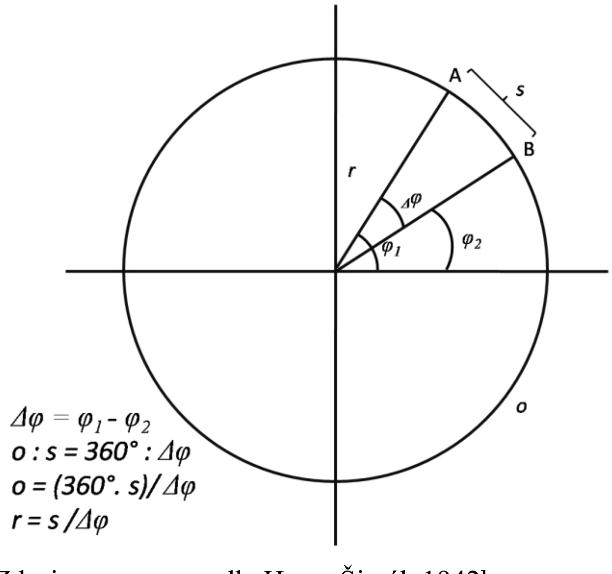
Obrázek 5: Aristotelův důkaz kulatosti Země



Zdroj: upraveno podle Hons, Šimák 1942b

Po ustálení názoru, že je Země kulatá, přišel nový úkol. Totiž stanovit velikost Země. Přímému měření bránila řada překážek. Tou největší bylo překonání oceánu. Proto bylo potřeba určit velikost Země pomocí nějakého nepřímého měření. Základ nepřímého měření byl postaven na změření délky poledníku mezi dvěma body a zjištění příslušného úhlu poledníkového oblouku. Obvod Země se dal následně vyjádřit z rovnosti dvou poměrů, jak ukazuje obrázek (Hons, Šimák 1942b). Tuto metodu nazýváme úlovou metodou měření zemského povrchu (Brázdil 1981).

Obrázek 6: Výpočet obvodu a poloměru Země

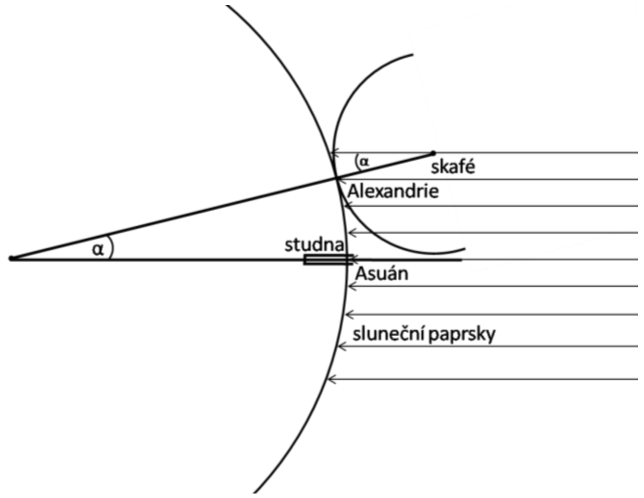


Zdroj: upraveno podle Hons, Šimák 1942b

Poznámka: o = obvod Země, s = délka poledníkového oblouku, φ = zeměpisná šířka, r = poloměr Země

Poprvé se to podařilo kolem roku 200 př. n. l. Erastothénovi z Kyrény, tehdejšímu správci alexandrijské knihovny. Ten si pro svá měření vybral Asuán a Alexandrii, dvě města ležící na témže poledníku. V Asuánu si Eratothenés povšimnul, že v době letního slunovratu (21. až 22. června) dopadají sluneční paprsky až na dno jedné z místních hlubokých studní. Z toho usoudil, že paprsky dopadají kolmo na zemský povrch a že je tudíž zenitová vzdálenost Slunce[10] rovna nule. V Alexandrii byla tou dobou situace jiná – paprsky dopadaly na zemský povrch šikmo (viz obr. 7). Pomocí zařízení zvaného skafé[11] zde byla naměřena zenitová vzdálenost Slunce 7,2°, tj. 1/50 z 360°.

Obrázek 7: Erastothénovo měření obvodu Země



Zdroj: upraveno podle Robinson 1995

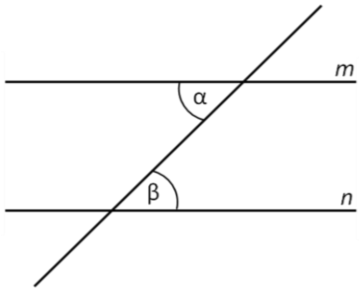
K určení velikosti středového úhlu, který svírají zemské poloměry procházející Asuánem a Alexandrií, Erastothenés využil poznatky o střídavých úhlech (viz obr. 8).

---

[10] Úhel mezi tížnicí (svislicí) a dopadajícími slunečními paprsky (Čapek 2001).

[11] Přístroj tvořený dutou polokoulí s pevnou tyčkou uprostřed vynalezený Aristarchem ze Samu. Stín vržený touto tyčkou ukazoval na stupnici vykreslenou uvnitř polokoule příslušnou zenitovou vzdálenost (Hons, Šimák 1942).

Obrázek 8: Střídavé úhly



Zdroj: upraveno podle Odvárko, Kadleček 2004

Poznámka: Jsou – li přímky *m* a *n* rovnoběžné, mají střídavé úhly α a β stejnou velikost.

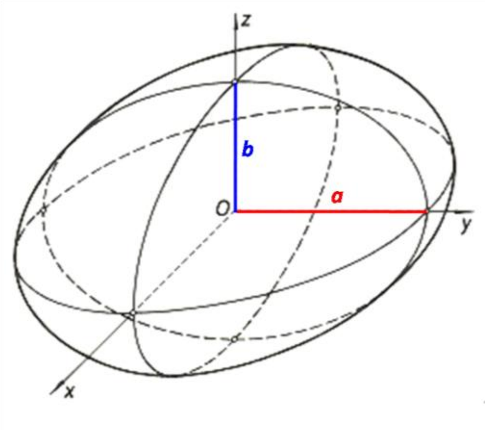
Dále bylo potřeba zjistit samotnou vzdálenost mezi Asuánem a Alexandrií. Ta byla odhadnuta zřejmě podle cestovních dnů na 5000 stádií[12]. Nakonec Eratosthenés využil rovnosti dvou poměrů z předchozího obrázku – *„Poměr mezi obvodem Země ve stupních a naměřenou zenitovou vzdáleností v Alexandrii se rovná poměru neznámého obvodu Země a vzdálenosti mezi Asuánem a Alexandrií“* - a vypočítal obvod Země jako hodnotu rovnou 250 000 stadiím (tedy 46 250 km). Můžeme si povšimnout, že obvod Země byl na tu dobu vypočítán s nevídanou přesností, lišil se přibližně o pouhých 6 240 km.

Předpoklad kulatosti Země využil pro svou plavbu i slavný italský mořeplavec Kryštof Kolumbus, který ovšem v roce 1492 místo do Indie doplul „pouze“ do Ameriky, a tak objevil nový kontinent. Obeplout celou Zeměkouli se podařilo až výpravě portugalského mořeplavce Fernão de Magalhãese v letech 1519 – 1522. A tím byla kulatost Země dokázána také přímým způsobem (Martínek 2003).

Další pokrok v představách o tvaru Země učinil v roce 1686 anglický fyzik a matematik Isaac Newton. Dospěl k názoru, že je Země působením odstředivé síly vznikající rotací kolem své osy mírně zploštělá na pólech, a tudíž nemůže být dokonalou koulí (Brázdil 1981). Tomuto tvaru říkáme rotační elipsoid (viz obrázek 9). Newton dokonce i přibližně odhadnul zploštění tohoto elipsoidu na hodnotu 1/300 (výpočet zploštění viz dále). Jeho názor byl dokázán měřením poledníkových oblouků, které byly v různých částech planety jinak dlouhé. Např. v oblasti rovníku odpovídá 1° na poledníku délce 110,6 km, zatímco v oblasti polárního kruhu měří 1° poledníku 111,5 km (Čapek 2001).

[12] Stará antická míra. 1 stadion = 185 m (Hons, Šimák 1942).

Obrázek 9: Rotační elipsoid se středem v počátku soustavy souřadnic *O*, hlavní poloosou *a* a vedlejší poloosou *b*



Zdroj: upraveno podle Rektorys 1995

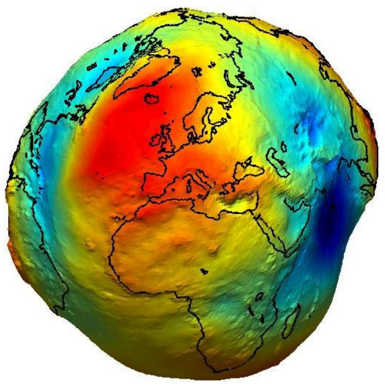
Poznámka: Rotační elipsoid je těleso, které vznikne rotací elipsy kolem své osy.

Další měření prováděná na nejrůznějších místech zemského povrchu pomocí dokonalejších měřících přístrojů přispěla ke zjištění, že Země není ani elipsoidem. Pro její tvar se během 19. století uchytil název geoid. Tento pojem byl poprvé definován v roce 1873 německým matematikem Johannem Benedictem Listingem (1808 – 1882) v knize Über unsere jetzige Kenntnis der Gestalt und Grosse der Erde[13] (Torge 1991). Jedná se o nepravidelné a velice členité těleso, které se nedá popsat pomocí matematických vztahů, ale pouze fyzikálně pomocí tíhové síly[14]. Podle Čapka „si ho lze představit jako povrch klidné mořské hladiny, která by pokračovala – např. sítí kanálů – i pod kontinenty" (Čapek 1992, s. 18). Každý bod takového povrchu je potom kolmý na směr působení zemské tíže (Novák, Murdych 1988). Digitálně vytvořený model geoidu ukazuje obrázek 10. Od druhé poloviny 20. století lze zemské těleso s přesností na desítky centimetrů popsat pomocí umělých družic (Voženílek 1997).

[13] O našich současných znalostech tvaru a velikosti Země.

[14] Výslednice síly přitažlivé a síly odstředivé (Novák 1988).

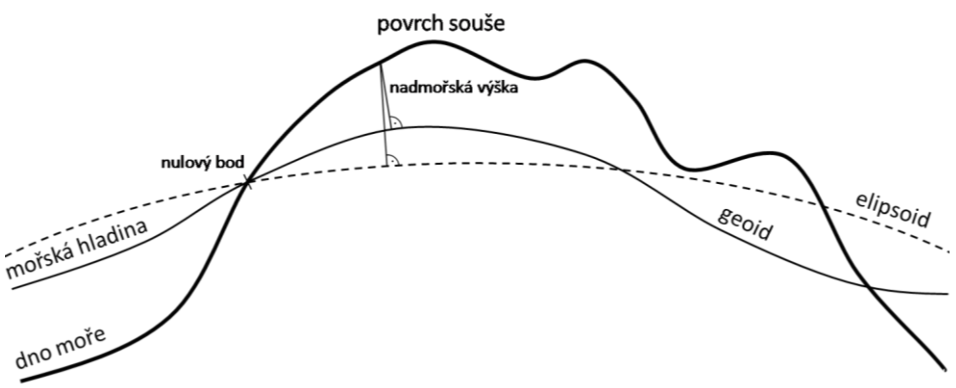
Obrázek 10: Geoid



Zdroj: geograficamente.files.wordpress.com/2009/03/c71_geoid_smooth4.jpg (18. 3. 2012)

Kartografie dodnes využívá kouli a rotační elipsoid jako aproximaci za složitý a matematicky nepopsatelný tvar zemského tělesa. Rotační elipsoid, který se nejlépe přimyká geoidu, se nazývá referenční elipsoid. Srovnání fyzického povrchu Země, geoidu a referenčního elipsoidu naznačuje obrázek 11.

Obrázek 11: Srovnání fyzického povrchu, geoidu a elipsoidu



Zdroj: upraveno podle Čapek 1992

Poznámka: Maximální rozdíl nadmořských výšek geoidu a elipsoidu činí 100 m (Bičík, Jánský 2001)

Obecně jsou tvar a velikost elipsoidu (obr. 9) určeny:

1. poloosami a a b, kde a je delší poloosa a b je kratší poloosa,
2. jednou poloosou a numerickou výstředností (excentricitou) e:

$$e^2 = \frac{a^2 - b^2}{a^2},$$

3. jednou poloosou a zploštěním *i*:

$$i = \frac{a-b}{a}.$$

U referenčního elipsoidu využívaného pro kartografické účely tvoří delší poloosu *a* poloměr rovníku a kratší poloosa *b* je spojnicí mezi středem Země a severním (jižním) pólem.

Povrch elipsoidu budeme značit S_E a vypočítáme ho podle vzorce $S_E = \frac{4}{3}\pi(2a^2 + b^2)$.

Objem elipsoidu budeme značit V_E a vypočítáme ho podle vzorce $V_E = \frac{4}{3}\pi a^2 b$.

Dříve se rozměry referenčních elipsoidů určovaly na základě pozemního měření. Dnes se odvozují pomocí satelitních družic. Parametry nejpoužívanějších referenčních elipsoidů uvádí tabulka 7. V českých zemích se pro vojenské mapování využívalo elipsoidu Krasovského z roku 1940 a pro tvorbu civilních map elipsoidu Besselova z roku 1841 (Čapek 1992).

Tabulka 7: Parametry vybraných elipsoidů

název	Besselův	Hayfordův	Krasovského	WGS-84
rok zavedení	1841	1909	1940	1984
a (m)	6 377 397,155	6 378 388,000	6 378 245,000	6 378 137,000
b (m)	6 356 078,963	6 356 911,946	6 356 863,019	6 356 752,314
i (m)	1/299,153	1/297,000	1/298,300	1/298,257

Zdroj: Voženílek 2001

Praktické použití

Referenční elipsoid se využívá jako možné nahrazení zemského povrchu. Pomocí vzorců používaných pro výpočty základních parametrů elipsoidu se určují některé vybrané parametry Země. Jedná se např. o rovníkový a poledníkový průměr, délku rovníku a poledníkové kružnice, zploštění, excentricitu, povrch, objem a hmotnost Země. Z parametrů referenčních elipsoidů lze také odvodit poloměry příslušných referenčních koulí (viz dále).

Vzorový příklad 1

Zadání: Vypočítejte délku rovníku a délku poledníkové kružnice. Předpokládejte, že má Země tvar referenčního elipsoidu s délkami poloos *a* = x km, *b* = y km.

Řešení: Délku rovníku vypočítáme jako obvod kružnice s poloměrem a = x km:

$o = 2\pi r = 2\pi a.$

Délku poledníkové kružnice vypočítáme jako obvod kružnice s poloměrem b = y km:

$o = 2\pi r = 2\pi b.$

Vzorový příklad 2

Zadání: Vypočítejte zploštění a excentricitu Země s rovníkovým průměrem x km a s poledníkovým průměrem y km.

Řešení: Označme rovníkový průměr d_R a poledníkový průměr d_P. Délka hlavní poloosy a odpovídá polovině rovníkového průměru: $a = \frac{d_R}{2}$. Délka vedlejší poloosy b odpovídá polovině poledníkového průměru: $b = \frac{d_P}{2}$. Zploštění i vypočítáme dosazením do vzorce:

$$i = \frac{a-b}{a} = \frac{\frac{d_R - d_P}{2}}{\frac{d_R}{2}} = \frac{d_R - d_P}{d_R}.$$

Excentricitu e vypočítáme dosazením do vzorce:

$$e^2 = \frac{a^2 - b^2}{a^2} = \frac{\frac{d_R^{\,2} - d_P^{\,2}}{2^2}}{\frac{d_R^{\,2}}{2^2}} = \frac{d_R^{\,2} - d_P^{\,2}}{d_R^{\,2}}$$

$$e = \sqrt{\frac{d_R^{\,2} - d_P^{\,2}}{d_R^{\,2}}}.$$

Vzorový příklad 3

Zadání: Vypočítejte povrch a objem Země. Předpokládejte, že má Země tvar referenčního elipsoidu s délkami poloos a = x km, b = y km.

Řešení: Povrch a objem Země se ztotožní s povrchem a objemem elipsoidu a vypočítají se podle vzorců: $S_E = \frac{4}{3}\pi(2a^2 + b^2)$, $V_E = \frac{4}{3}\pi a^2 b$, kde a je délka delší poloosy a b je délka kratší poloosy.

Vzorový příklad 4

Zadání: Vypočítejte hmotnost Země s objemem x m^3 a s průměrnou hustotou 5 515 kg/m^3.

Řešení: Označme objem Země V_Z a hustotu Země ρ_Z. Hmotnost Země m_Z vypočítáme dosazením do vzorce $m = V.\rho$. Tedy $m_Z = V_Z.\rho_Z = 5515.V_Z$.

Jelikož je zploštění Země poměrně malé, lze pro zjednodušení referenční elipsoid nahradit referenční koulí. Toho se v kartografii využívá celkem často, neboť výpočty na kouli jsou ve srovnání s výpočty na elipsoidu podstatně snazší. Koule je určena svým poloměrem *r*. Povrch koule budeme značit S_K a vypočítáme ho podle vzorce $S_K = 4\pi r^2$. Objem koule budeme značit V_K a vypočítáme ho podle vzorce $V_K = \frac{4}{3}\pi r^3$. Poloměr referenční koule se obvykle značí *R* a volí se tak, aby:

1. její povrch byl shodný s povrchem referenčního elipsoidu,
2. její objem byl shodný objemem referenčního elipsoidu.

Poloměry referenčních koulí odvozené z předchozích dvou podmínek pro referenční elipsoidy z tabulky uvádí tabulka 8.

Tabulka 8: Poloměry referenčních koulí pro vybrané referenční elipsoidy

	elipsoid			
podmínka	Besselův	Hayfordův	Krasovského	WGS 84
stejný objem (m)	6 370 283	6 371 221	6 371 110	6 371 001
stejný povrch (m)	6 370 299	6 371 237	6 371 126	6 371 017

Zdroj: Novák, Murdych 1988

Na referenční kouli se dá provádět celá řada výpočtů. Pro účely středoškolského zeměpisu (či matematiky) byly vybrány následující tři:

1. výpočet délky rovnoběžky φ:

   $l = 2\pi R \cos\varphi$,

2. výpočet délky poledníkového oblouku mezi rovníkem a vybranou rovnoběžkou φ:

   $y = \frac{\varphi \pi R}{180°}$,

3. výpočet ortodromy neboli nejkratší vzdálenosti mezi body A = [φ_A, λ_A] a B = [φ_B, λ_B]:

   $$|AB| = \frac{\Delta \pi R}{180°}$$

   $$\cos\Delta = \sin\varphi_A.\sin\varphi_B + \cos\varphi_A.\cos\varphi_B.\cos\Delta\lambda$$

   $$\Delta\lambda = \lambda_A - \lambda_B.$$

Poznámka: Odvození vzorců není uvedeno, protože přesahuje rámec středoškolské matematiky.

Praktické použití

Podobně jako v případě elipsoidu lze vzorce pro výpočty základních parametrů koule použít pro výpočty některých parametrů Země (délka rovníku, povrch, objem, hmotnost). Vedle toho se referenční koule využívá jako náhrada za referenční elipsoid především při počítání složitějších příkladů (např. délky rovnoběžky, délky poledníkového oblouku či ortodromy).

Vzorový příklad 5

Zadání: Vypočítejte poloměr referenční koule odvozený z referenčního elipsoidu s délkami poloos *a* = x km a *b* = y km tak, aby byl povrch koule shodný s povrchem elipsoidu.

Řešení: Povrch referenční koule se vypočítá podle vzorce $S_K = 4\pi R^2$. Povrch referenčního elipsoidu se vypočítá podle vzorce $S_E = \frac{4}{3}\pi(2a^2 + b^2)$. Dle předpokladu platí:

$$S_K = S_E$$

$$4\pi R^2 = \frac{4}{3}\pi(2a^2 + b^2)$$

$$R = \sqrt{\frac{2a^2 + b^2}{3}}$$

Vzorový příklad 6

Zadání: Vypočítejte poloměr referenční koule odvozený z referenčního elipsoidu s délkami poloos *a* = x km a *b* = y km tak, aby byl objem koule shodný s objemem elipsoidu.

Řešení: Objem referenční koule se vypočítá podle vzorce $V_K = \frac{4}{3}\pi R^3$. Objem referenčního elipsoidu se vypočítá podle vzorce $V_E = \frac{4}{3}\pi a^2 b$. Dle předpokladu platí:

$$V_K = V_E$$

$$\frac{4}{3}\pi R^3 = \frac{4}{3}\pi a^2 b$$

$$R = \sqrt[3]{a^2 b}$$

Vzorový příklad 7

Zadání: Vypočítejte délku rovnoběžky φ na referenční kouli s poloměrem 6 371 km.

Řešení: Délka rovnoběžky φ se vypočítá podle vzorce $l = 2\pi R \cos\varphi$, kde R = 6 371 km a za φ se dosadí hodnota příslušné zeměpisné šířky: $l = 2\pi 6371 \cos\varphi = 40030.\cos\varphi$.

Vzorový příklad 8

Zadání: Vypočítejte délku poledníkového oblouku mezi rovníkem a rovnoběžkou φ na referenční kouli s poloměrem 6 371 km.

Řešení: Délku poledníkového oblouku mezi rovníkem a rovnoběžkou φ vypočítáme podle vzorce $y = \frac{\varphi\pi R}{180°}$, kde R = 6 371 km a za φ se dosadí hodnota příslušné zeměpisné šířky: $y = \frac{20015.\varphi}{180°}$.

Vzorový příklad 9

Zadání: Vypočítejte nejkratší vzdálenost mezi bodem A určeným zeměpisnou šířkou φ_A a zeměpisnou délkou λ_A a bodem B určeným zeměpisnou šířkou φ_B a zeměpisnou délkou λ_B na referenční kouli o poloměru 6 371 km.

Řešení: Pomocí tzv. kosinové věty sférické trigonometrie určíme délku ortodromy Δ v úhlové míře: $\cos\Delta = \sin\varphi_A.\sin\varphi_B + \cos\varphi_A.\cos\varphi_B.\cos\Delta\lambda$. Přičemž $\Delta\lambda$ se vypočítá jako rozdíl zeměpisných délek λ_A a λ_B: $\Delta\lambda = \lambda_A - \lambda_B$. Nakonec upravíme délku ortodromy Δ do obloukové míry a získáme nejkratší vzdálenost mezi body A a B: $|AB| = \frac{\Delta\pi R}{180°} = \frac{20015.\Delta}{180°}$ (Čapek 1992).

Nejjednodušší referenční plochou pro kartografické je referenční rovina. Tu lze použít pouze pro území o velmi malém rozsahu, kde se ještě neprojeví zakřivení zemského povrchu. Tj. pro území s plochou do 200 km^2 a poloměrem do 8 km nebo v případě méně přesných měření pro území s plochou do 700 km^2 a poloměrem do 15 km (Novák, Murdych 1988).

3.4.2 Zkreslení map

Nejvěrnějším obrazem Země, se kterým se setkáme v hodinách zeměpisu, je glóbus. Glóbus se získá zmenšením kulové referenční plochy, které se provádí obvykle v měřítku 1:42 500 000[15]. Zobrazení, kterým přeneseme body z povrchu referenční koule na povrch glóbu, má tři velice dobré vlastnosti:

1. Je úhlojevné, neboť jsou všechny úhly na glóbu stejně velké jako úhly na referenční kouli.
2. Je plochojevné, neboť jsou všechny plochy na glóbu zmenšeny v konstantním měřítku $1{:}m^2$ oproti plochám na referenční kouli.
3. Je délkojevné, neboť jsou všechny délky na glóbu zmenšeny v konstantním měřítku $1{:}m$ oproti délkám na referenční kouli.

Glóbus má ale dvě velké nevýhody. Dá se vyrábět pouze v malých měřítkách a navíc jeho tvar způsobuje špatnou přenositelnost. Z těchto důvodů byl nahrazen mapou. Existuje velké množství[16] způsobů zobrazování zemského povrchu do roviny mapy. Tyto způsoby nazýváme kartografická zobrazení (viz dále). Který způsob je ten nejvhodnější, záleží na celé řadě činitelů. Mezi nejdůležitější patří tvar, velikost a geografická poloha zobrazovaného území a účel a užití mapy (Voženílek 2001).

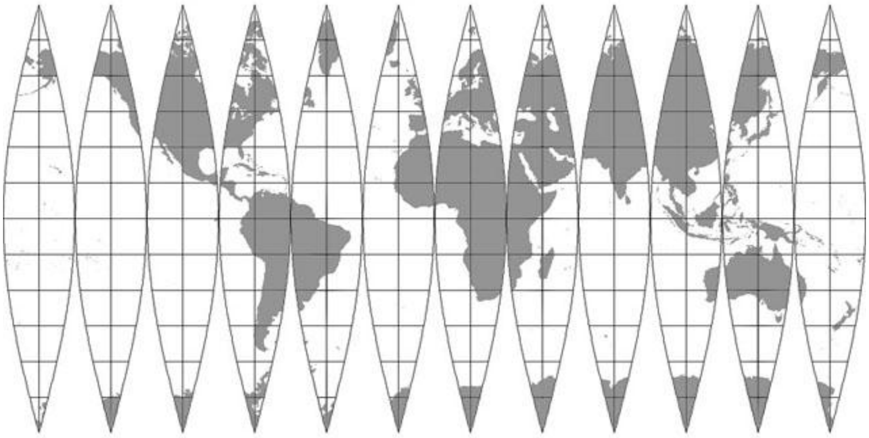
Při zobrazování zemského povrchu na mapu jsme ale postaveni před zásadní problém. Země má totiž tvar koule (tedy alespoň přibližně) a kulovou plochu není možné jednoduše rozložit do roviny. To je patrné třeba při pokusu o rozložení poloviny gumového míče do roviny. Bez deformací to nepůjde. Téměř rozvinutý povrch Země se dá získat pomocí 12 pásů poledníkového směru po 30°, jak ukazuje obrázek 12. Mapa zkonstruovaná tímto způsobem by ale byla kvůli četným přerušením značně nepraktická. Proto se hledaly další způsoby, jak přenést zakřivený zemský povrch do roviny. Žádný z nich se ale neobešel bez zkreslení, a to buď délek, ploch nebo úhlů. Plochojevná zobrazení zachovávala plochy, ale zkreslovala úhly. Úhlojevná zobrazení zase zachovávala úhly, ale zkreslovala plochy. Délkojevná zobrazení zachovávala délky, ale jen v některých směrech. Jako jakýsi kompromis mezi úhlojevnými, plochojevnými a délkojevnými zobrazeními vznikla zobrazení vyrovnávací, která sice zkreslovala vše, ale v co nejmenší

[15] Aproximace zemského tělesa za referenční kouli pro účely konstrukce glóbu zcela postačí. Při zmenšení referenčního elipsoidu (WGS 84) v uvedeném měřítku by totiž rozdíl mezi kratší a delší poloosou glóbu činil pouhých 0,05 cm.

[16] Podle Voženílka přibližně 300 (Voženílek 2001).

míře. Úkolem kartografa tedy je „nalézt pro zobrazení krajiny nebo oblasti určitého tvaru a umístění na zemském povrchu takové zobrazení, které zmenší nutná zkreslení na nejmenší možnou míru a vyhoví při tom ostatním požadavkům na mapu kladeným“ (Hons, Šimák 1942, str. 15 - 16).

Obrázek 12: Přibližné rozložení glóbu do roviny

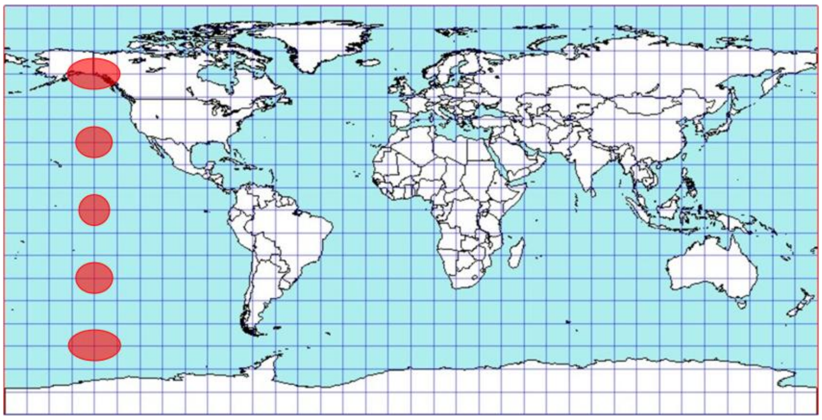


Zdroj: www.planetaryvisions.com/Project.php?pid=2236 (18. 3. 2012)

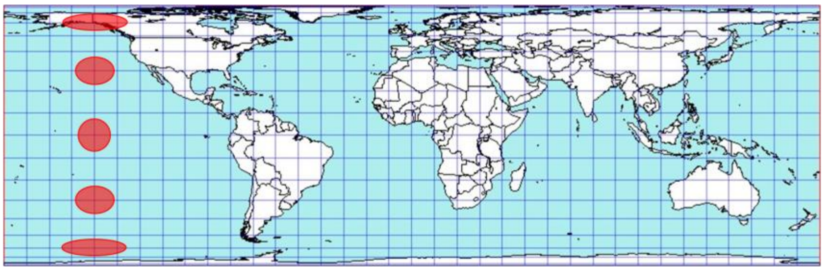
Podle toho, co je v mapě zkresleno, rozeznáváme zkreslení délkové, plošné a úhlové (Voženílek 2001). Délkové zkreslení se vypočítává z délek rovnoběžkového nebo poledníkového směru. Určí se jako poměr mezi délkou na mapě a odpovídající délkou na referenční ploše. Plošné zkreslení se definuje jako poměr mezi plochou obrazce na mapě a plochou odpovídajícího obrazce na referenční ploše. Voženílek uvádí, že „se však prakticky vyšetřuje jako součin délkových zkreslení ve směru poledníkovém a rovníkovém“ (Voženílek 2001, s. 35). Úhlové zkreslení se získá jako rozdíl velikosti úhlu na mapě a odpovídajícího úhlu na referenční ploše. Na každé mapě navíc nezůstává zkreslení ve všech bodech stejné (zpravidla roste směrem od středu zobrazovaného území směrem k jeho okrajům). Obrázek 13 ukazuje zkreslení a deformaci kružnic v různých zeměpisných šířkách na mapě délkojevné, plochojevné a úhlojevné.

Obrázek 13: Zkreslení na mapě délkojevné (a), plochojevné (b) a úhlojevné (c)

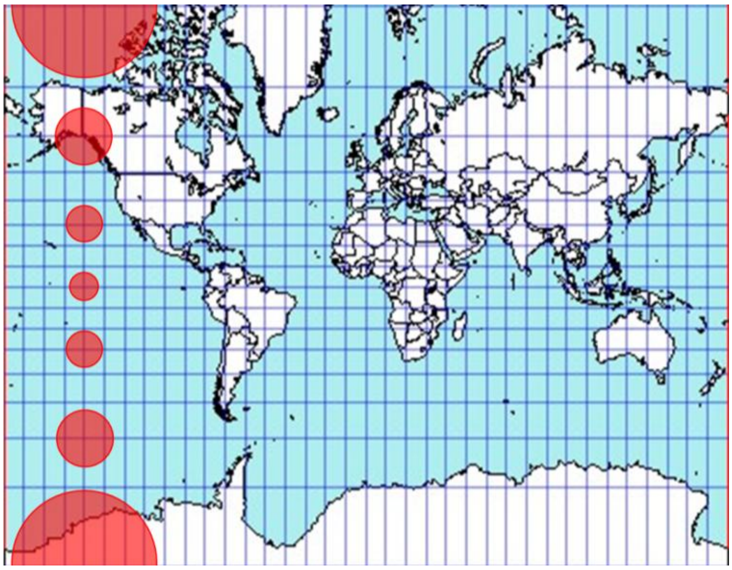
a)



b)



c)



Zdroj: www.mgaqua.net/AquaDoc/Features/Features_AnalysisManagement.aspx (24. 3. 2001); upraveno podle Voženílek 1997

Praktické použití

Zkreslení podává informaci o tom, kolikrát se liší délka či plocha naměřená na mapě a přepočítaná podle měřítka mapy oproti skutečné délce či ploše a o kolik se liší velikost úhlu naměřená na mapě oproti velikosti úhlu ve skutečnosti. Toho se využívá při měření na mapách. Pokud je hodnota délkového zkreslení v určitém směru rovna 1, znamená to, že všechny délky v tomto směru naměřené na mapě a přepočítané podle měřítka mapy mají stejnou velikost jako skutečné délky. Pokud je hodnota plošného zkreslení rovna 1, velikosti ploch naměřené na mapě lze pokládat za skutečné velikosti ploch. Pokud je hodnota úhlového zkreslení rovna nule, velikosti úhlů na mapě se rovnají skutečným velikostem úhlů.[17]

Vzorový příklad 1

Zadání: Vypočítejte délkové zkreslení mapy, jestliže spojnice bodů, která na referenční kouli měří d km, měří podle mapy s měřítkem $1{:}m$ d' km.

Řešení: Délkové zkreslení označme k_d. Dle definice je délkové zkreslení poměr mezi délkou na mapě a odpovídající délkou na referenční kouli. Tedy $k_d = \frac{d'}{d}$. Obě délky musí být vyjádřeny ve stejných jednotkách.

Vzorový příklad 2

Zadání: Vypočítejte plošné zkreslení mapy, jestliže plocha obrazce, která na referenční kouli měří p km^2, měří podle mapy s měřítkem $1{:}m$ p' km^2.

Řešení: Plošné zkreslení označme k_p. Dle definice je plošné zkreslení poměr mezi plochou na mapě a odpovídající plochou na referenční ploše. Tedy $k_p = \frac{p'}{p}$. Obě plochy musí být vyjádřeny ve stejných jednotkách.

Vzorový příklad 3

Zadání: Vypočítejte úhlové zkreslení mapy, jestliže tentýž úhel měří na referenční kouli α ° a na mapě α' °.

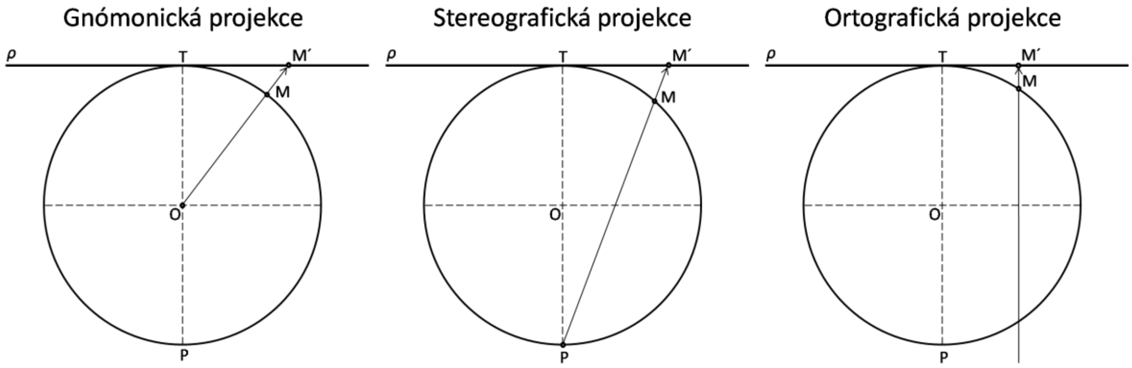
[17] Skutečnou délkou, skutečnou velikostí plochy a skutečnou velikostí úhlu se v tom případě myslí délka, velikost plochy a velikost úhlu na referenční kouli, případně na referenčním elipsoidu.

Řešení: Úhlové zkreslení označme k_u. Dle definice je úhlové zkreslení rozdíl velikosti úhlu na mapě a velikosti odpovídajícího úhlu na referenční ploše. Tedy $k_u = \alpha' - \alpha$.

3.4.3 Kartografická zobrazení

Kartografická zobrazení jsou způsoby, které ke každému bodu na referenční ploše jednoznačně přiřadí jeho obraz v rovině mapy pomocí tzv. zobrazovacích rovnic (Voženílek 2001). Kartografická zobrazení, která se získají přímým promítáním, nazýváme kartografické projekce (Mičian 1984). Rozlišujeme tři základní typy projekcí (viz obr. 14). Promítáním ze středu referenční koule *O* na tečnou rovinu *ρ* vznikne gnómonická projekce. Promítáním referenční koule z protipólu *P* tečného bodu *T* na tečnou rovinu *ρ* dostaneme stereografickou projekci. Promítáním referenční koule kolmo z bodu v nekonečnu na tečnou rovinu *ρ* získáme ortografickou projekci (Mikšovský 1987).

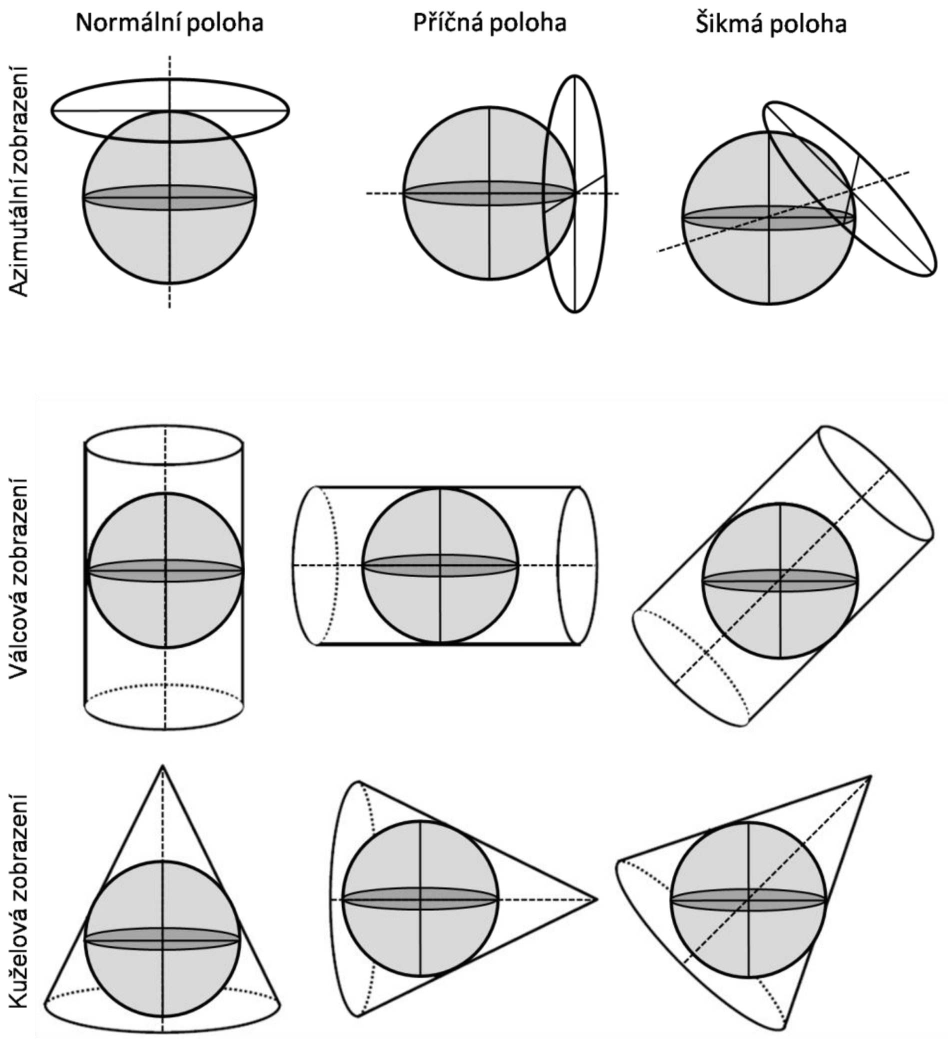
Obrázek 14: Kartografické projekce



Zdroj: upraveno podle Tyner 1973

Kartografická zobrazení dělíme na jednoduchá a obecná. Jednoduchá kartografická zobrazení vznikají převedením glóbu na rozvinutelnou geometrickou plochu. Tou může být přímo rovina, nebo plášť válce či kužele. Na základě toho rozeznáváme zobrazení azimutální, válcová a kuželová. Zobrazovací plochy lze přikládat na glóbus v poloze normální, příčné nebo šikmé (viz obrázek 15). V normální (též polární) poloze odpovídá konstrukční osa roviny, válce či kužele ose glóbu. V příčné poloze leží konstrukční osa v rovině rovníku. V šikmé poloze prochází konstrukční osa středem glóbu v jiném směru než v předchozích dvou případech (Čapek 1992).

Obrázek 15: Zobrazovací poloha jednoduchých kartografických zobrazení



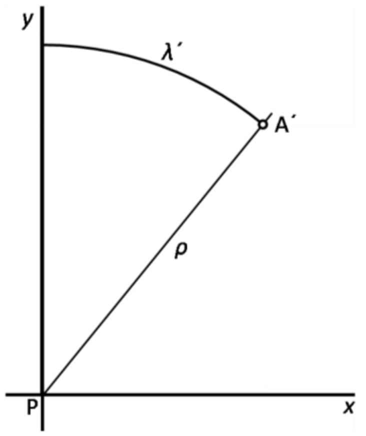
Zdroj: upraveno podle Voženílek 2001

Azimutální zobrazení využívají jako zobrazovací plochu rovinu, která se dotýká glóbu buďto v jednom z pólů, nebo v libovolném bodě rovníku, nebo v jakémkoliv jiném bodě. Dotykový bod je nejlépe umístit co nejblíže středu zobrazovaného území. Jestliže zvolíme za dotykový bod jeden z pólů, zobrazí se poledníky jako svazek přímek procházejících pólem a rovnoběžky jako soustředné kružnice se středem v obrazu pólu (Čapek 1992). Jednou z nejdůležitějších vlastností azimutálních zobrazení je ta, že azimuty[18] přímek, které vycházejí z pólu, jsou zachovány. Odtud také pochází název těchto zobrazení (Novák, Murdych 1988).

[18] Orientovaný úhel, který svírá směr k severu se směrem k danému bodu (Bičík, Jánský 2001).

Ze zobrazovací rovnice získáme dosazením za poloměr glóbu r, doplněk δ zeměpisné šířky φ ($\delta = 90° - \varphi$) a zeměpisnou délku λ tzv. polární souřadnice λ' a ρ. ρ je vzdálenost obrazu bodu A od počátku soustavy souřadnic P. λ' je úhel, který svírá souřadnicová osa y a polopřímka vycházející z bodu P procházející bodem A' (viz obr. 16) (Čapek 1992).

Obrázek 16: Polární souřadnice

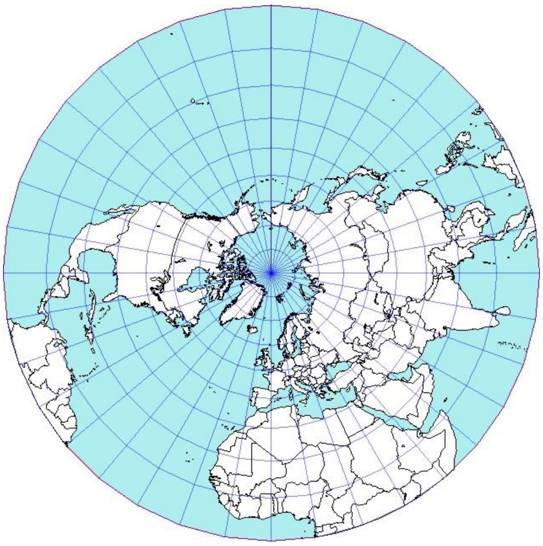


Zdroj: upraveno podle Čapek 1992

V normální poloze leží obraz základního poledníku v souřadnicové ose y. Za počátek soustavy souřadnic se volí pól (Voženílek 2001). λ' pak představuje úhel, který svírá obraz základního poledníku s obrazem zobrazovaného poledníku. ρ je poloměr soustředné kružnice, na kterou se zobrazí zvolená rovnoběžka. Vzdálenosti obrazů rovnoběžek se od sebe v jednotlivých azimutálních zobrazeních odlišují. Obrazy sousedních poledníků svírají vždy shodné úhly (Čapek 1992). Obraz celé zeměpisné sítě je povětšinou ohraničen obrysovou kružnicí.[19] Příklad azimutálního zobrazení v normální poloze ukazuje obrázek 17.

[19] Výjimku tvoří pouze gnómonické zobrazení.

Obrázek 17: Příklad azimutálního zobrazení severní polokoule v normální poloze



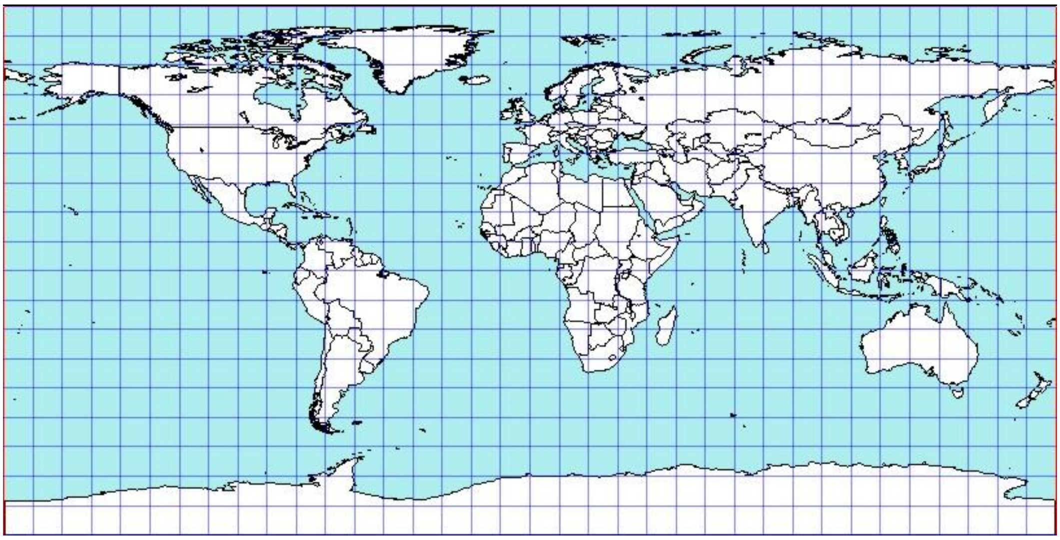
Zdroj: http://www.mgaqua.net/AquaDoc/Features/Features_AnalysisManagement.aspx
(24. 3. 2012)

Azimutální zobrazení se používají pro zobrazování území kruhovitého tvaru. Typickými příklady bývají mapy Arktidy, Antarktidy (v normální poloze), Afriky (v příčné poloze) a Austrálie a Oceánie (v šikmé poloze). Další využití je při zobrazování polokoulí Země nebo jiných vesmírných těles.

Ve školním atlasu světa bylo užito plochojevné azimutální zobrazení pro mapy Afriky (str. 36 – 39), Austrálie a Oceánie (str. 42 – 44), Asie (str. 56 – 63), Evropy (str. 68 – 75). Dále pak azimutální zobrazení délkojevné v polednících pro mapy Arktidy (str. 45) a Antarktidy (str. 45).

Válcová zobrazení využívají jako zobrazovací plochu plášť válce, který se dotýká glóbu v hlavní kružnici. V normální poloze se jedná o rovník. V příčné poloze představuje dotykovou kružnici některý z poledníků. V poloze šikmé může být dotykovou kružnicí jakákoliv jiná hlavní kružnice kromě rovníku a poledníků. Dotyková kružnice by měla být umístěna vždy co nejblíže středu zobrazovaného území. Je-li dotykovou kružnicí rovník, obrazem všech rovnoběžek i obou pólů jsou shodné úsečky rovnoběžné se souřadnicovou osou x. Jejich délka odpovídá délce rovníku a jejich vzdálenosti se liší v závislosti na zvoleném válcovém zobrazení. Obrazem všech poledníků jsou shodné úsečky stejně dlouhé jako základní poledník. Jsou rovnoběžné se souřadnicovou osou y a na rozdíl od rovnoběžek jsou od sebe stejně vzdálené (Čapek 1992). Obraz celé zeměpisné sítě je ohraničen obdélníkem. Příklad válcového zobrazení v normální poloze ukazuje obrázek 18.

Obrázek 18: Příklad válcového zobrazení světa v normální poloze



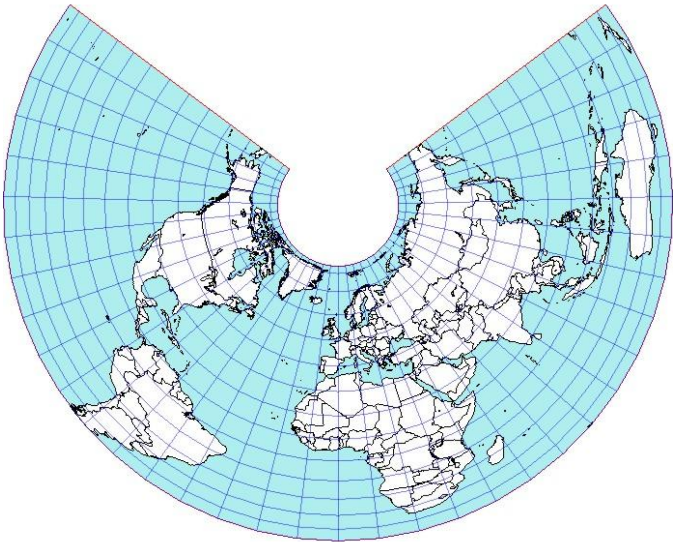
Zdroj: www.mgaqua.net/AquaDoc/Features/Features_AnalysisManagement.aspx (24. 3. 2012)

Dosadíme-li do zobrazovací rovnice poloměr příslušného glóbu r, zeměpisnou šířku φ (v některých případech její doplněk δ) a zeměpisnou délku λ, získáme pravoúhlé rovinné souřadnice x a y. Obraz rovníku ztotožníme se souřadnicovou osou x a obraz základního poledníku se souřadnicovou osou y (Voženílek 2001).

Válcová zobrazení se používala pro zobrazování území protáhlých v jednom směru. Ve směru rovníku se vytvářely mapy světa, ve směru poledníku např. mapy zobrazující Severní a Jižní Ameriku najednou. Kvůli velkému zkreslení byla ale válcová zobrazení nahrazena obecnými. Typickým příkladem válcového zobrazení, se kterým se můžeme setkat ve školním atlase světa, je mapa časových pásem (vnitřní strana desek).

Kuželová zobrazení využívají jako zobrazovací plochu plášť kužele, který se dotýká glóbu ve vedlejší kružnici. Kužel se na glóbus umísťuje tak, aby dotyková kružnice procházela středem zobrazovaného území. V normální poloze je dotykovou kružnicí jedna z rovnoběžek (kromě rovníku). Poledníky se zobrazí jako svazek přímek procházejících počátkem soustavy souřadnic. Velikost úhlů mezi obrazy poledníků ale neodpovídá velikosti úhlů mezi jejich vzory na glóbu, je menší. Rovnoběžky se zobrazí jako části soustředných kružnic se středem v počátku soustavy souřadnic. Vzdálenosti obrazů rovnoběžek jsou závislé na volbě kuželového zobrazení. Obraz pólu představuje buďto bod (pak se pól volí za počátek soustavy souřadnic), nebo kruhový oblouk. V prvním případě obraz celé zeměpisné sítě tvoří kruhová výseč, ve druhém má zeměpisná síť podobu výseče mezikruží (Čapek 1992). Příklad kuželového zobrazení v normální poloze ukazuje obrázek 19.

Obrázek 19: Příklad kuželového zobrazení světa v normální poloze



Zdroj: www.mgaqua.net/AquaDoc/Features/Features_AnalysisManagement.aspx (24. 3. 2012)

Do zobrazovací rovnice dosazujeme poloměr příslušného glóbu *r*, doplněk δ_0 zeměpisné šířky φ_0 vybrané rovnoběžky, doplňky δ zeměpisných šířek φ zbylých rovnoběžek a zeměpisné délky λ poledníků. Rovnoběžka φ_0 není dotyková. Výstupními hodnotami jsou podobně jako v případě azimutálních zobrazení polární souřadnice λ' a ρ. Obraz základního poledníku leží v souřadnicové ose *y* a počátek soustavy souřadnic tvoří pól nebo obraz vrcholu kužele (Voženílek 2001).

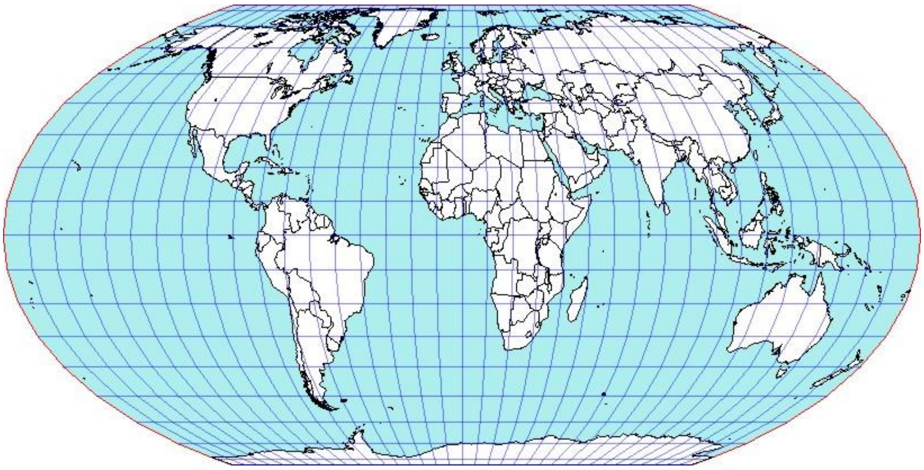
Kuželová zobrazení jsou nejpoužívanějšími jednoduchými zobrazeními. Uplatňují se zejména v normální poloze při zobrazování území táhnoucích se podél rovnoběžek středních zeměpisných šířek. Jedná se např. o mapy USA, Severní Asie a Jižní Evropy Někdy se volí též šikmá poloha kuželových zobrazení. Tímto způsobem byly zkonstruovány mapy Československa či Japonska.

Ve školním atlase světa bylo kuželového zobrazení užito pro mapy USA a Mexika (str. 54 – 55), Severní Asie (str. 64 – 67), Střední Evropy (str. 76 – 81), Severní Evropy (str. 82 – 83), Západní Evropy a alpských zemí (str. 84 – 87), Jižní Evropy (str. 88 – 91), Východní Evropy (str. 92 – 95), České republiky (str. 98 – 99) a Slovenska (str. 100).

Vybraná azimutální, válcová a kuželová zobrazení včetně jejich autorů, zobrazovacích rovnic, rozlišovacích znaků, využití a vlastností jsou uvedena v přílohách 6, 7 a 8.

Obecná zobrazení převádějí glóbus do roviny mapy tak, že při tom geometricky definované plochy jednoduchých zobrazení vůbec nevyužijí, nebo jich využijí hned několik najednou (Voženílek 2001). Proto jsou také zobrazovací rovnice ve srovnání s jednoduchými zobrazeními velice složité. Obecná zobrazení vznikají především jako zobrazení vyrovnávací a jejich nejčastější uplatnění je při konstrukci map světa (viz obr. 20).

Obrázek 20: Příklad obecného zobrazení světa



Zdroj: www.mgaqua.net/AquaDoc/Features/Features_AnalysisManagement.aspx (24. 3. 2012)

Praktické použití

Zobrazovací rovnice jednotlivých zobrazení umožňují přesnou konstrukci mapy, tedy přenesení bodů na zemském povrchu určených zeměpisnou šířkou a délkou do souřadnicového systému v rovině. Samotná volba kartografického zobrazení má pak vliv na velikost zkreslení mapy. Požaduje-li uživatel zachování délek v poledníkovém či rovnoběžkovém směru (tj. např. při měření poledníků nebo rovnoběžek), je třeba volit zobrazení délkojevné. Požaduje-li uživatel zachování velikostí ploch (tj. např. při měření nebo porovnávání velikostí ploch), je třeba volit plochojevná zobrazení. Požaduje-li uživatel zachování velikostí úhlů (tj. např. při letu nebo námořní plavbě), je třeba volit úhlojevná zobrazení.

Vzorový příklad 1

Zadání: Sestrojte zeměpisnou síť v požadovaném azimutálním zobrazení v normální poloze. Poloměr zobrazovaného glóbu je *r* cm.

Řešení: V příloze vyhledáme zobrazovací rovnici konkrétního azimutálního zobrazení. Poloměr r a doplňky δ zeměpisných šířek φ jednotlivých rovnoběžek dosazujeme do rovnice pro ρ a vypočítáme poloměry soustředných kružnic. Rovnoběžky a poledníky volíme v pravidelných intervalech po 10°. Narýsujeme obraz základního poledníku, který odpovídá souřadnicové ose y. Úhloměrem vyneseme obrazy zbylých poledníků v intervalu 10 °. Pomocí kružítka sestrojíme soustředné kružnice se středem v počátku soustavy souřadnic a s poloměry ρ (Čapek, 1992).

Vzorový příklad 2

Zadání: Sestrojte zeměpisnou síť v požadovaném válcovém zobrazení v normální poloze. Poloměr zobrazovaného glóbu je r cm.

Řešení: V příloze vyhledáme zobrazovací rovnici konkrétního válcového zobrazení. Dosazením poloměru r, zeměpisných délek λ krajních poledníků a zeměpisných šířek φ (případně jejich doplňků δ) pólů do zobrazovací rovnice získáme rozměry obdélníka, který ohraničuje zobrazovanou zeměpisnou síť. Vzdálenost dvou krajních poledníků určuje délku obrazů rovnoběžek, tedy délku obdélníku. Vzdálenost pólu určuje délku obrazů poledníků, tedy výšku obdélníku. Obdélník narýsujeme tak, aby jeho střed ležel ve středu soustavy souřadnic. Dále postupně vypočítáme dosazením zeměpisných šířek φ (případně jejich doplňků δ) jednotlivých rovnoběžek hodnoty y. Zeměpisné šířky φ dosazujeme v intervalu 10°. Přímkové obrazy pólů v sestrojeném obdélníku rozdělíme na 36 stejných dílů. Na krajní poledníky naneseme v obou směrech vypočítané hodnoty y. Nakonec spojíme protilehlé dělící body na krajních polednících. Tak získáme obrazy rovnoběžek. Spojením protilehlých dělících bodů přímkových obrazů pólů sestrojíme obrazy poledníků (Čapek, 1992).

Vzorový příklad 3

Zadání: Sestrojte zeměpisnou síť v požadovaném kuželovém zobrazení v normální poloze pro rovnoběžku φ_0. Poloměr zobrazovaného glóbu je r cm.

Řešení: V příloze vyhledáme zobrazovací rovnici konkrétního kuželového zobrazení. Poloměr r, doplněk δ_0 zeměpisné šířky φ_0 zadané rovnoběžky a doplňky δ zeměpisných šířek φ zbylých rovnoběžek dosazujeme do rovnice pro ρ a vypočítáme poloměry kruhových oblouků. Dosazením doplňku δ_0 zeměpisné šířky φ_0 zadané rovnoběžky a zeměpisných délek λ krajních poledníků vypočítáme úhel λ'. Tento úhel svírají ramena kruhové výseče obrazu zeměpisné sítě. Vrchol kruhové výseče umístíme do počátku soustavy souřadnic. Sestrojíme kruhové oblouky obrazů rovnoběžek se středem v počátku soustavy souřadnic a s poloměry ρ. Úhel λ' rozdělíme rovnoměrně na 36 dílů. Nakonec vyneseme přímkové obrazy jednotlivých poledníků.

4 Realizované kurikulum z hlediska vazeb kartografie a matematiky

Realizované kurikulum představuje „učivo skutečně předané žákům konkrétními učiteli v konkrétních školách a třídách“ (Straková, Tomášek, Palečková 1996, s. 8). V této diplomové práci byla zjišťována praxe výuky z hlediska mezioborového vztahu kartografie a matematiky na vybraných gymnáziích. Pro tento účel by se jako nejvhodnější metoda sběru dat nabízelo pozorování výuky, ale protože se jedná o metodu, která je velice náročná po časové stránce a která navíc může být i značně ovlivněna subjektivními faktory, byla zvolena metoda dotazníků pro učitele. Dotazníkové šetření je v pedagogickém výzkumu podle Chrásky (2007) velmi frekventovanou metodou. Jedná se o „způsob písemného kladení otázek a získávání písemných odpovědí“ (Gavora 2000, s. 99). Samotný dotazník je formulář se soustavou předem připravených, pečlivě formulovaných a logicky řazených otázek.

4.1 Metodika provedení dotazníkového šetření s učiteli

Metodiku tvorby, zpracování a vyhodnocování dotazníků jsem nastudovala v publikacích Chrásky (2007), Dismana (2002) a Gavory (2000). Poté jsem vytvořila dva dotazníky – jeden pro učitele zeměpisu, druhý pro učitele matematiky.

Oba dotazníky obsahují záhlaví pro vyplnění názvu školy, třídy, kterou oslovený učitel vyučoval na zeměpis nebo matematiku, a jeho tří strukturálních charakteristik – pohlaví, aprobace a délky praxe výuky zeměpisu nebo matematiky. Ze strukturálních charakteristik lze vyvodit možný vliv pohlaví, aprobace a délky praxe na realizaci výuky s uvažováním mezipředmětového vztahu kartografie a matematiky. Dále následují otázky strukturované do tematických bloků, které zjišťují jednak fakta, jednak mínění a postoje učitelů.

V dotazníku pro učitele zeměpisu se nachází celkem 15 otázek rozdělených do pěti bloků týkajících se:

1. hodinové dotace a významu kartografie v porovnání s ostatními tematickými celky zeměpisu,
2. kartografického učiva a jeho propojení s jinými vědními obory či přímo s matematikou,
3. využívání učebnic při přípravě výuky a přímo v hodinách kartografie,
4. příkladů s kartografickou tématikou,
5. zkušenosti se spoluprací s učiteli matematiky a integrovanou výukou zeměpisu a matematiky.

V dotazníku pro učitele matematiky je celkem osm otázek rozdělených do dvou bloků, které se zabývaly:

1. aplikací matematiky v přírodních vědách či přímo v kartografii a využitím příkladů s kartografickou tematikou v hodinách matematiky,
2. zkušenosti se spoluprací s učiteli zeměpisu a integrovanou výukou zeměpisu a matematiky.

Otázek je v dotazníku pro učitele matematiky podstatně méně než pro učitele zeměpisu, protože ve své práci studuji mezioborový vztah kartografie a matematiky především ze strany kartografie. Považuji ale za důležité do výzkumu zapojit také učitele matematiky a podobně jako Matýsková (2011) zjistit jejich postoj a zkušenosti s aplikací matematiky v kartografii. Otázky týkající se spolupráce učitelů a integrované výuky jsou stejné jako v dotazníku pro učitele zeměpisu.

V dotaznících jsou použity jak otázky otevřené, tak otázky uzavřené. V případě otevřených otázek učitel odpověď sám vytváří, v případě otázek uzavřených vybírá z odpovědí již navržených (Chráska 2007). Podoba dotazníků je k nahlédnutí v přílohách 9 a 10.

4.2 Předvýzkum s učiteli

Před samotným výzkumem realizovaného kurikula byl proveden tzv. předvýzkum. Předvýzkum testuje na malém vzorku populace nástroje, které se ve výzkumu používají. Jeho cílem je obvykle ověření srozumitelnosti a jednoznačnosti otázek v plánovaném dotazníku (Disman 2000).

Předvýzkum této práce se skládal z dotazníkového šetření a strukturovaných rozhovorů s vybranými učiteli zeměpisu a matematiky. Rozhovor je na rozdíl od dotazníků prováděn v přímé interakci s respondentem. Strukturovaný rozhovor se provádí podle předem připravených a přesně formulovaných otázek. Tazatel čte otázky v určeném pořadí a zaznamenává odpovědi respondenta. Tato metoda shromažďování dat je tedy velice podobná dotazníkovému šetření (Chráska 2007). Výsledky předvýzkumu nebyly zařazeny do celkových výsledků výzkumu a sloužily výhradně k jeho obsahovému a formulačnímu vylepšení.

Předvýzkum proběhl na Gymnáziu Český Brod. Dobrovolně se ho zúčastnili dva učitelé – jeden učitel matematiky a jeden učitel zeměpisu. Učitelům byly zadány dotazníky týkající se výuky z pohledu mezioborového vztahu kartografie a matematiky (viz přílohy 9 a 10). Doba potřebná pro vyplnění dotazníků se pohybovala v případě učitele matematiky okolo 10 minut, v případě učitele zeměpisu okolo 20 minut. Poté byl s učiteli proveden krátký strukturovaný rozhovor vztahující se k těmto dotazníkům. Strukturovaný rozhovor obsahoval dvě položky:

1. Byly všechny otázky položené v dotazníku formulovány jasně a srozumitelně? Pokud ne, uveďte číslo otázky a konkrétně to, co bylo nejasné a čemu jste nerozuměl/a.
2. Chtěl/a byste k dotazníku ještě něco dodat?

Odpovědi učitelů byly zaznamenány písemně. Oběma dotázaným učitelům bylo v dotazníku vše jasné a srozumitelné a ani jeden z nich k dotazníku nechtěl již nic dodat. Proto nedošlo v dotaznících k žádným úpravám.

4.3 Průběh dotazníkového šetření

Dotazníkové šetření bylo zadáno v prosinci 2011 učitelům těch pražských gymnázií, na kterých byly analyzovány ŠVP (viz tabulka 2). Na každém gymnáziu byli osloveni učitelé, kteří vyučovali ve 2. ročnících čtyřletého studia nebo v sextách osmiletého studia zeměpis nebo matematiku. Jednalo se pouze o ty třídy, které byly zapojeny do výzkumu dosaženého kurikula z hlediska propojení kartografie a matematiky (viz kapitola 5). O dotazníkovém šetření byli učitelé i ředitelé škol předem informováni elektronickou poštou (viz příloha 11) nebo telefonicky. Dotazníky mohly být vyplňovány elektronicky nebo ručně. Vyplňování dotazníků nezabralo učitelům více než 15 minut. Učitelé museli před samotným dotazníkovým šetřením podepsat prohlášení, že je jejich účast dobrovolná a že souhlasí s využitím údajů pro tuto diplomovou práci (viz příloha 12).

Většina učitelů vyplnila dotazník ručně během didaktického testování žáků, mladší učitelé dávali přednost elektronickému vyplnění a dodatečnému zaslání emailem. K dotazníkům nebyly v průběhu testování žádné dotazy.

4.4 Vyhodnocení dotazníkového šetření s učiteli

Dotazníkového šetření se zúčastnilo celkem 15 učitelů, z toho sedm bylo učitelů zeměpisu a osm učitelů matematiky.

Dotazníkové šetření bylo pro přehlednost zpracováno do tabulek (viz přílohy 13 - 19). Každá tabulka se týká jednoho bloku otázek. V tabulkách je vždy uvedena zkratka gymnázia a tři strukturální charakteristiky učitelů. Jména učitelů v tabulce uvedena nejsou, dotazníkové šetření bylo anonymní.

4.4.1 Vyhodnocení dotazníkového šetření s učiteli zeměpisu

Tabulka 9 uvádí strukturální charakteristiky učitelů zeměpisu. Většina učitelů byla ženského pohlaví. U aprobací převládala kombinace zeměpisu s tělocvikem, dále pak zeměpisu s biologií. Ve výzkumu se objevili také dva učitelé s naprosto protichůdným zaměřením – na jedné straně kombinace zeměpis s matematikou, na druhé zeměpis s českým jazykem. Bude jistě zajímavé sledovat roli jejich zaměření na jejich postoj k výuce z pohledu mezioborového vztahu kartografie a matematiky. Délka praxe učitelů se u většiny z dotazovaných pohybovala do pěti let, u dvou přesahovala 20 let.

Tabulka 9: Strukturální charakteristiky učitelů zeměpisu

<table>
<tr><th>škola</th><th>třída</th><th>pohlaví</th><th>aprobace</th><th>délka praxe výuky zeměpisu</th></tr>
<tr><td rowspan="2">GJGJ</td><td>sexta A</td><td rowspan="2">muž</td><td rowspan="2">Ze-Tv</td><td rowspan="2">4</td></tr>
<tr><td>sexta B</td></tr>
<tr><td rowspan="2">GJH</td><td>2.A</td><td rowspan="2">žena</td><td rowspan="2">Ze-Bi</td><td rowspan="2">2</td></tr>
<tr><td>sexta B</td></tr>
<tr><td rowspan="3">GPJP</td><td>2.A</td><td rowspan="2">žena</td><td rowspan="2">Ze-Bi</td><td rowspan="2">3</td></tr>
<tr><td>2.B</td></tr>
<tr><td>2.C</td><td>žena</td><td>Ze-Ma</td><td>3</td></tr>
<tr><td rowspan="2">GV</td><td>sexta A</td><td>žena</td><td>Ze-Tv</td><td>27</td></tr>
<tr><td>2.C</td><td>žena</td><td>Ze-Čj</td><td>23</td></tr>
<tr><td rowspan="2">KG</td><td>2.A</td><td rowspan="2">muž</td><td rowspan="2">Ze-Tv</td><td rowspan="2">4</td></tr>
<tr><td>2.B</td></tr>
</table>

Zdroj: vlastní šetření

První blok otázek se věnoval tomu, kolik vyučovacích hodin v rámci výuky předmětu zeměpis dotazovaní učitelé věnují tematickému celku kartografie a zda by toto téma probírali raději kratší dobu, delší dobu nebo stejně. Čtyři učitelé ze sedmi probírají kartografii kolem deseti vyučovacích hodin a všem přijde tato časová dotace jako postačující. Zbylí učitelé věnují kartografii pouze 5-6 hodin, přičemž učitelka GJH by kartografii probírala raději delší dobu, učitel KG zase raději kratší dobu (příloha 13, odpověď 1a, 1b). Odpovědi 1c v příloze 13 naznačují, jakou důležitost přikládají učitelé kartografii v rámci zeměpisu. Většina z nich ji považuje v porovnání s ostatními tematickými celky za důležitou. Učitelka GPJP s aprobací Ze-Ma hodnotí kartografii dokonce jako velmi důležitou, na druhé straně učitelka GV s aprobací Ze-Čj ji hodnotí jako méně důležitou.

Druhý blok otázek se zabýval kartografickým učivem a jeho propojením s jinými vědními obory včetně matematiky (viz příloha 14). Otázka 2a měla prověřit, zda si vůbec učitelé toto propojení uvědomují. Všichni učitelé uvedli, že při výuce kartografie samozřejmě poznatky z jiných vědních oborů využívají. Jedná se především o:

1. matematiku - při počítání s měřítky map a plánů, při výuce kartografických zobrazení, při statistickém zpracování dat pro tvorbu tematických map,
2. matematickou geografii - při určování zeměpisné polohy a místního času, při výuce kartografických zobrazení,
3. fyziku - při převádění jednotek,
4. výpočetní techniku - při získávání a zpracování dat a tvorbě tematických map.

V odpovědích se také objevily předměty jako výtvarná výchova (při kreslení map) či dějepis (při výuce historie kartografe). Největší množství vazeb kartografie s jinými předměty uvedla učitelka GPJP s aprobací Ze-Bi (celkem čtyři). Zbylí učitelé jmenovali jednu až dvě vazby. Za zmínku stojí, že učitelka GPJP s aprobací Ze-Ma uvedla pouze vazby s matematikou, ale za to velmi podrobně.

V další položce dotazníku (2b) měli učitelé zakroužkovat kartografické učivo, které při výuce neprobírají. Jedná se o učivo, kterému se ve své práci podrobněji věnuji, protože ho považuji za významné z hlediska vazeb matematiky a kartografie, a které bylo také předmětem didaktického testování žáků. Ve většině případů se objevovalo měření na mapách (zejména měření ploch a úhlů), dále pak kartografická projekce a kartografická anamorfóza. Učitel KG uvádí vedle toho také plošné měřítko mapy a všechny druhy zkreslení. Učitel GJGJ probírá všechno uvedené učivo. Z odpovědí učitelů je zřejmé, že se příliš při výuce nevěnují práci s mapou. Kartografická anamorfóza je velice specifická metoda tematických map, se kterou se v praxi téměř nesetkáváme. Z toho důvodu ji zřejmě učitelé ve svých hodinách neuvádějí. Pojem kartografická projekce možná přímo učitelé nezavádějí, ale jistě se při výuce kartografických zobrazení zmiňují o promítání kulové plochy na rovinu, válcovou či kuželovou plochu, což pojem vystihuje.

Většina učitelů při své výuce upozorňuje na propojení s matematikou (příloha 14, odpověď 2c). Považují totiž za důležité, aby si žáci uvědomili propojení a vzájemnou prospěšnost obou předmětů a aplikační funkci matematiky. Dva učitelé na propojení neupozorňují – jeden z toho důvodu, že si myslí, že je propojení zřejmé (učitel GJGJ), druhý z toho důvodu, že je mu matematika cizí (učitelka GV s aprobací Ze-Čj).

Třetí blok se týkal používání středoškolských učebnic při přípravě učitelů na výuku (příloha 15, odpověď 3a) a přímo v hodinách zeměpisu (příloha 15, odpověď 3b). Většina učitelů při své přípravě středoškolské učebnice nepoužívá, protože ještě nenašli žádnou vhodnou s podrobně vysvětleným učivem a názornými obrázky. K podobnému závěru dospěla taktéž Matýsková (2011), když zjišťovala, zda učitelé zeměpisu používají při výuce tematického celku Země jako vesmírné těleso učebnici. Učitelé využívají zejména své vysokoškolské poznámky nebo vysokoškolské učebnice od Voženílka (2001) nebo Čapka (1992). Učitelka GPJP s aprobací Ze-Bi čerpá ze středoškolské učebnice Příroda a lidé Země (ČGS) a časopisu Dnešní svět. Učitelka GV s aprobací Ze-Čj používá středoškolské učebnice Zeměpis pro 1. a 2. ročník gymnázií (SPN) a Příroda a lidé Země (ČGS). Učebnice Zeměpis pro 1. a 2. ročník gymnázií (SPN) byly po obsahové analýze učebnic vyhodnoceny jako velice kvalitní materiál pro výuku kartografie s podrobně vysvětleným učivem a velkým množstvím kartografických úloh významných z hlediska aplikace matematiky. Učebnice Příroda a lidé Země byla shledána jako užitečný, ale také velmi stručný přehled všeho, co se dá v kartografii probírat. Většina učitelů učebnice nevyužívá ani při práci v hodině. Tvrdí, že chybí učebnice, ve kterých by bylo kvalitně zpracováno téma kartografie, a že ty, které uvádějí, používají pouze minimálně (např. kvůli obrázkům). Učitelka GV s aprobací Ze-Čj si raději vytváří vlastní pracovní listy.

Jedním z cílů mé práce je vytvořit podkladový materiál pro výuku kartografie se sbírkou úloh. Další otázka se tedy týkala toho, co by učitelé v takovém podkladovém materiálu uvítali (příloha 15, odpověď 3c). Ani jeden z dotazovaných nezvolil z nabídky podrobný výklad – zřejmě proto, že je většina zvyklá používat materiály z vysoké školy, které jsou dostatečně podrobné. Velký zájem učitelů by byl o názorné obrázky s popisem a typové příklady, kterých je nedostatek.

Nejlepší ukázkou propojení kartografie a matematiky je výpočet konkrétních příkladů s kartografickou tématikou. V dotazníku tedy byly ve čtvrtém bloku učitelům položeny otázky směřované právě na příklady z kartografie. Všichni dotazovaní učitelé počítají ve svých hodinách kartografie příklady, které si sami vymýšlí (viz příloha 16). Pouze jedna učitelka vedle toho používá i příklady z učebnice Příroda a lidé Země (ČGS). Učitelé se zaměřují na příklady týkající se měřítka map a plánů a na s nimi často spojené příklady na měření na mapě. Objevují se i příklady na určování zeměpisné polohy a místního času či výpočty na kouli. Kromě učitele KG by všichni využili sbírku příkladů z kartografie doplněnou klíčem k řešení úloh. Taktéž se shodují na tom, že zřejmě existuje souvislost mezi prospěchem žáků v matematice a výsledky, kterých dosahují při zvládnutí učiva z kartografie.

Pátý blok otázek byl zaměřen v první řadě na zkušenosti učitelů zeměpisu se spoluprací s učiteli matematiky. Spolupráce učitelů se vyznačuje:

1. intenzivní diskuzí učitelů o vyučovací praxi,
2. častými hospitacemi v hodinách, při kterých učitelé získávají nebo poskytují zpětnou vazbu,
3. společným plánováním, vytvářením a hodnocením vyučovacích materiálů,
4. vzájemným učením se (Little 1982).

Jak tvrdí Pol, Lazarová (1999), „spolupráce učitelů ve školách je důležitou podmínkou profesionálního růstu učitelů i rozvoje škol jako celku“ (Pol, Lazarová 1999, s. 5). Má vliv na výsledky žáků a vede k otevřenosti učitelů k vlastnímu učení. Domnívám se, že by mohla být také přínosem pro mezipředmětovou výuku kartografie a matematiky. Dle sloupce 5a v příloze 17 ale většina dotazovaných učitelů zeměpisu s kolegy vyučujícími matematiku nespolupracuje. Výjimky tvoří dvě učitelky. Učitelka GPJP s aprobací Ze-Ma uvedla, že využívá vlastní matematické znalosti a dovednosti. Učitelka GV s kombinací Ze-Čj se společně se svými kolegy z matematiky snaží koordinovat učivo tak, aby žáci při výpočtech kartografických úloh ovládali potřebný matematický aparát.

Ve druhé řadě se pátý blok otázek dotazníku věnoval integrované výuce kartografie a matematiky (příloha 17, odpověď 5b, 5c). „Integrovaná výuka je chápána ve smyslu spojení (syntézy) učiva jednotlivých učebních předmětů nebo kognitivně blízkých vzdělávacích oblastí v jeden celek s důrazem na komplexnost a globálnost poznávání, kde se uplatňuje řada mezipředmětových vztahů“ (Podroužek 2002, s. 11). Integrovaná výuka kartografie a matematiky je založená na koordinaci učiva zeměpisu a matematiky. Dochází při ní k využívání a aplikování obsahu jednoho učebního předmětu (matematiky) předmětem druhým (zeměpisem). Vhodná cesta k integrované výuce vede např. přes projektové vyučování či terénní výuku (Podroužek 2002). Čtyři dotazovaní učitelé ze sedmi nemají zkušenosti s integrovanou výukou. Ve všech případech se jedná o učitele s praxí do pěti let. Zbylí učitelé jisté zkušenosti mají. Obě učitelky GV uvedly, že integrovaná výuka kartografie a matematiky u nich na škole probíhá v rámci projektových dnů. Učitelka GPJP s aprobací Ze-Bi má zkušenosti s integrovanou výukou v rámci kartografických praktik. Všichni učitelé shledávají integrovanou výuku za prospěšnou pro rozvoj žáků. Věří, že by si žáci lépe uvědomili propojení obou věd a seznámili by se s praktickým využitím matematiky. Někteří učitelé dodávají, že by si rádi integrovanou výuku vyzkoušeli, ale že na to nemají čas a sotva stihnou probrat látku, kterou jim předepisují osnovy.

Výsledky dotazníkového šetření prokázaly významnější rozdíly v odpovědích učitelů – mužů a učitelek – žen, ani učitelů s praxí do pěti let a učitelů s praxí nad 20 let. Pouze v otázce 5b to byli především mladší učitelé, kteří neměli zkušenosti s integrovanou výukou. Ve většině ohledů se odpovědi dotazovaných učitelů prakticky shodují a to dokonce i v názoru na integrovanou výuku, kde by se mohl předpokládat konzervativnější postoj služebně starších učitelů. Jistý vliv na odpovědi učitelů na otázky 1c a 2a měly jejich aprobace. Jak bylo uvedeno již výše, učitelka s aprobací Ze-Ma považuje kartografii v rámci zeměpisu za velmi důležitou, naproti tomu, učitelka s aprobací Ze-Čj považuje kartografii za méně důležitou. Nejvíce vazeb kartografie s jinými vědními obory uvedla učitelka s aprobací Ze-Bi. Učitelka s aprobací Ze-Ma popsala vazby kartografie pouze s matematikou. Za povšimnutí stojí také to, že dva učitelé s aprobací Ze-Tv hledali vazby kartografie s jiným vědním oborem přímo v rámci zeměpisu. Na prvním místě uvedli, že kartografie využívá poznatky z matematické geografie.

4.4.2 Vyhodnocení dotazníkového šetření s učiteli matematiky

V tabulce 10 jsou uvedeny strukturální charakteristiky učitelů matematiky. Z osmi oslovených učitelů byl pouze jeden učitel mužského pohlaví. Polovina učitelů má aprobaci matematika v kombinaci s fyzikou, druhé poloviny učitelů se objevovaly kombinace matematika s chemií, s biologií, se zeměpisem či s francouzským jazykem. Byl tak získán velice různorodý vzorek učitelů. Učitelé matematiky byli v průměru podstatně služebně starší než učitelé zeměpisu. Pouze u jednoho z učitelů byla délka praxe kratší než 5 let. Praxe u dalších dvou učitelů se pohybovala v rozmezí 5 – 10 let. Zbylí učitelé disponovali minimálně 15letou praxí.

Tabulka 10: Strukturální charakteristiky učitelů matematiky

škola	**Třída**	**pohlaví**	**aprobace**	**délka praxe výuky matematiky**
GJGJ	sexta A	žena	Ma-Che	15
	sexta B	žena	Ma-Fy	15
GJH	2.A	žena	Ma-Fy	25
	sexta B			
GPJP	2.A	žena	Ma-Ze	2
	2.B			
	2.C			
GV	sexta A	žena	Ma-Fj	9
	2.C	žena	Ma-Bi	5
KG	2.A	muž	Ma-Fy	25
	2.B	žena	Ma-Fy	25

Zdroj: vlastní šetření

První blok otázek se věnoval aplikaci poznatků z matematiky v přírodních vědách. S výjimkou učitele KG všichni dotazovaní odpověděli, že se snaží při výuce aplikovat matematiku v přírodních vědách (příloha 18, odpověď 1a). Učitelka GV s aprobací Ma-Fj podotkla, že je na to bohužel málo času. V konkrétních příkladech přírodních věd, ve kterých je potřeba matematických postupů, se objevovaly zejména tyto:

1. fyzika - volný pád, pohyby a vrhy těles,
2. chemie - míchání roztoků, poločas rozpadu látek,
3. zeměpis - měřítka map a plánů, kartografická zobrazení, závislosti ve fyzické i sociální geografii, zpracování dat,
4. biologie - genetika.

Nejvíce vazeb matematiky s přírodními vědami vyjmenovala učitelka GJGJ s aprobací Ma-Fy. Nejvíce vazeb matematiky konkrétně se zeměpisem pak uvedla učitelka GPJP s aprobací Ma-Ze. Kromě učitelky GV s aprobací Ma-Bi všichni učitelé[20]

[20] včetně učitele KG, který na otázku 1a odpověděl záporně

odpověděli, že v jejich hodinách dochází také k řešení příkladů z kartografie (příloha 18, odpověď 1b).

V položce 1c měli učitelé zakroužkovat to matematické učivo, které považují za aplikovatelné při řešení kartografických úloh. Učivo bylo převzato z Rámcového vzdělávacího programu pro gymnázia a je tedy závazné pro tvorbu školních vzdělávacích programů. Dle mého názoru a zkušeností s tvorbou příkladů s kartografickou tématikou patří zcela určitě mezi učivo aplikovatelné při řešení kartografických úloh základní poznatky z matematiky, výroková logika, mocniny, výrazy s proměnnými, práce s daty, obecné poznatky o funkcích, funkce, geometrie v rovině, geometrie v prostoru, trigonometrie a analytická geometrie v rovině. Všichni učitelé se shodují, že je možné při řešení kartografických úloh aplikovat trigonometrii, práci s daty a geometrii v rovině. Polovina učitelů vedle toho jmenovala ještě funkce a geometrii v prostoru. Dále se v odpovědích učitelů objevily i základní poznatky z matematiky, výroková logika a analytická geometrie. Někteří učitelé uváděli též pravděpodobnost, rovnice a nerovnice, kombinatoriku či posloupnosti, ale v těchto případech si nedokážu představit žádné v kartografii reálně řešené úlohy, ve kterých by se toto učivo využívalo. Nejlépe se se mnou v tomto ohledu shodovala učitelka GPJP s aprobací Ma-Ze (v osmi případech ze jmenovaných 11).

Otázka 1d směřovala podobně jako u učitelů zeměpisu k využívání učebnic zeměpisu. Pouze dva učitelé (oba GJGJ) uvedli, že se někdy inspirovali příklady z učebnic zeměpisu. Konkrétně prý využili učebnici Příroda a lidé Země (ČGS). Kromě učitelky GV s aprobací Ma-Bi by všichni učitelé využili případnou sbírku úloh z kartografie jako možný zdroj aplikačních úloh pro výuku matematiky (příloha 18, odpověď 1e).

Druhý blok otázek v dotazníku byl zaměřen na spolupráci učitelů a integrovanou výuku. Většina učitelů nespolupracuje s kolegy vyučujícími zeměpis. Pouze učitelka GJGJ s aprobací Ma-Che občas konzultuje svou přípravu na výuku, pokud se v ní objeví nějaká aplikace do zeměpisu (příloha 19, odpověď 2a). Co se týče zkušeností s integrovanou výukou kartografie a matematiky, tak jsou u učitelů matematiky ještě menší než u učitelů zeměpisu. Jedinou zkušenost uvedla učitelka KG. Konkrétně se s integrovanou výukou setkala při komplexních exkurzích, kde při práci s mapou v terénu odhadovaly, měřili a podle měřítka mapy počítali vzdálenosti (příloha 19, odpověď 2b). Pět učitelů považuje integrovanou výuku za přínosnou pro žáky. Myslí si, že je to dobrá ukázka prospěšnosti matematiky v jiných vědách a že by se tím mohl zvýšit zájem žáků o tento předmět.

Na druhou stranu se i u odpovědí těchto učitelů objevuje, že vše naráží na klesající počet hodin matematiky, ačkoliv množství probírané látky zůstává zachované, a že tedy není např. na projektové dny čas. Učitelé, kteří nejsou příznivci integrované výuky, se domnívají, že by její realizace byla velmi náročná a žákům by to v ničem neprospělo (příloha 19, odpověď 2c).

Podobně jako v případě učitelů zeměpisu nebyly v odpovědích učitelů matematiky s různými aprobacemi a rozdílnou délkou praxe nalezeny větší rozdíly. Např. v odpovědích na otázku 1a uvedla aplikaci matematiky v zeměpise celá polovina dotazovaných učitelů a navíc většina jmenovala hned několik konkrétních příkladů této aplikace, přičemž pouze jeden z nich měl aprobaci Ma-Ze. Významnější rozdíl byl pozorován v odpovědích učitele-muže a učitelek-žen. Postoj učitele KG k výuce mezioborového vztahu kartografie a matematiky byl spíše zdrženlivý.

Souhrnem lze říci, že jak učitelé zeměpisu, tak učitelé matematiky si uvědomují mezioborové vazby kartografie a matematiky a při výuce s nimi reálně pracují. Většina z nich ale uvedla, že při tom nevyužívají učebnice zeměpisu (pokud ano, tak pouze okrajově). To potvrzují také závěry výzkumu týkajícího se uplatnění didaktických prostředků a medií ve výuce zeměpisu, který proběhl v letech 2005 – 2007 na 2. stupni základních škol a nižším stupni víceletých gymnázií v Brně a okolí (Hübelová, Najvarová, Chárová 2008). Rozborem videonahrávek hodin zeměpisu bylo zjištěno, že „učebnice je poměrně málo využívaným didaktickým prostředkem“ a že „učitelé využívali učebnici především k ukázkám tematických map a tabelárních přehledů“ (Hübelová, Najvarová, Chárová 2008, s. 161). Na práci s učebnicí v jedné vyučovací hodině připadlo v průměru pouhých 47 sekund.

Obě strany učitelů by uvítaly sbírku kartografických úloh, ze které by do svých hodin mohly čerpat. Bohužel mezi učiteli zeměpisu a matematiky téměř vůbec nedochází k jakékoliv formě spolupráce. Odpovědi učitelů v tomto ohledu potvrzují výsledky výzkumů prováděných v oblasti spolupráce učitelů. Na českých školách převládá zejména vnitropředmětová spolupráce učitelů v rámci tzv. předmětových komisí, jiné formy spolupráce mimo předmět jsou podstatně omezenější (Podroužek 2002).

Rozdíl mezi postoji učitelů zeměpisu a matematiky je viditelný zejména v jejich názoru a ve zkušenosti s integrovanou výukou. Učitelé zeměpisu mají s integrovanou výukou větší zkušenosti a staví se k ní velmi pozitivně. Z učitelů matematiky má zkušenosti s integrovanou výukou kartografie a matematiky pouze jeden učitel. Navíc se mezi učiteli matematiky objevuje více hlasů, které integrovanou výuku neuznávají.

Podle analýzy ŠVP gymnázií, na kterých probíhalo dotazníkové šetření, byly mezioborové vztahy matematiky a zeměpisu, resp. kartografie velice dobře popsány v ŠVP Gymnázia Jaroslava Heyrovského, Gymnázia Voděradská a Gymnázia profesora Jana Patočky. V dotazníkovém šetření uvedli nejvíce vazeb kartografického učiva s učivem z jiných vědních oborů učitelé z Gymnázia profesora Jana Patočky a Gymnázia Voděradská. Na těchto dvou gymnáziích také probíhá integrovaná výuka, která přispívá k upevňování mezioborových vztahů. Bohužel na Gymnáziu Jaroslava Heyrovského, kde je mezioborový vztah zeměpisu, resp. kartografie a matematiky popsán zdaleka nejlépe, nemají dotazovaní učitelé žádné zkušenosti s integrovanou výchovou a učitel matematiky dokonce ani neuvádí aplikaci matematiky v zeměpise. Na Gymnáziu Jiřího Gutha-Jarkovského, v jehož ŠVP nejsou mezioborové vztahy vůbec popsány, uvádějí obě učitelky matematiky největší množství možností aplikace matematiky v jiných přírodních vědách včetně zeměpisu, ve kterém zmiňují i kartografii.

Výsledky dotazníkového šetření mezi učiteli budou hrát další roli v závěrečném vyhodnocování výzkumu při srovnání s výsledky didaktického testování žáků, které dotazovaní učitelé vyučovali zeměpis a matematiku.

5 Dosažené kurikulum z hlediska vazeb kartografie a matematiky

Dosažené kurikulum je ovlivňováno kurikulem zamýšleným i kurikulem realizovaným. Představují ho kompetence, které si žáci skutečně při svém vzdělávání osvojí. Jedná se o souhrn veškerých vědomostí, dovedností, schopností, ale také postojů a hodnot významných pro osobní rozvoj a uplatnění každého žáka ve společnosti (RVP G 2007, s. 96).

Výzkumy dosaženého kurikula se zaměřují zejména na úroveň znalostí žáků, na jejich postoje k jednotlivým předmětům a na vnější prostředí žáků, které může mít vliv na jejich školní výsledky (Průcha 2009). Jedním z cílů mé diplomové práce bylo ověřit schopnost žáků propojit poznatky kartografie a matematiky při výpočtu úloh s kartografickou tématikou. Jako prostředek pedagogického výzkumu byly pro tento účel zvoleny didaktické testy. Podle Chrásky (2007) je didaktický test zkouška, která se orientuje na objektivní zjišťování úrovně zvládnutí učiva u určité skupiny žáků a která je navrhována, ověřována, hodnocena a interpretována podle předem stanovených pravidel. Je tvořena soustavou testových úloh, které jsou pro určitou skupinu žáků shodné. „Úkoly jsou vybírány, uspořádány, zadávány a vyhodnoceny tak, aby se rozpoznalo, jakých výsledků se při vyučování dosahuje a jaké jsou tedy vědomosti a dovednosti žáků“ (Hniličková, Josífko, Tuček 1972, s. 11-12).

Do výzkumu dosaženého kurikula jsem vybrala žáky 2. ročníků čtyřletých a odpovídajících ročníků víceletých gymnázií. Žáky 2. ročníků jsem volila záměrně, i když se kartografie probírá již v ročníku předchozím, neboť výzkum probíhal v době, kdy se ještě učitelé nemuseli ke kartografii v hodinách zeměpisu s 1. ročníky dostat. Druhým důvodem bylo to, že jsem požadovala, aby měli žáci od probíraného učiva z kartografie jistý odstup, protože z toho se pak lépe pozná, co si zapamatovali a co již zapomněli. Do výzkumu bylo zapojeno pět pražských gymnázií, na kterých proběhly analýzy zamýšleného i realizovaného kurikula (viz tabulka 2).

5.1 Metodika provedení didaktického testování žáků

V následujících podkapitolách se zabývám tvorbou, podobou a hodnocením didaktických testů a výběrem statistických metod pro jejich zpracování. Potřebné informace byly nastudovány v publikacích Chrásky (1999, 2007), Půlpána (1991) a Hniličkové, Josífka, Tučka (1972).

5.1.1 Postup konstrukce didaktického testu

Sestavení testových úloh předcházela pečlivá analýza učiva vhodného z hlediska propojení kartografie a matematiky. Z tohoto učiva byla vybrána pouze část, která je dle mého názoru postačující pro zjištění schopnosti žáků aplikovat matematické dovednosti při řešení úloh z kartografie. Tabulka 11 uvádí učivo, které bylo předmětem didaktického testování.

Tabulka 11: Předmět didaktického testování

učivo
diagramy a kartodiagramy
kartografická anamorfóza
kartografická zobrazení
měření na mapě
měřítko mapy
statistická data
výpočty na kouli
zeměpisné souřadnice
zkreslení

Zdroj: vlastní tvorba

Následně byly sestaveny jednotlivé testové úlohy. Testovými úlohami se rozumí otázky nebo úkoly obsažené v testu. V testu byly použity jak úlohy otevřené se stručnou odpovědí (produkční i doplňovací), tak uzavřené (přiřazovací s výběrem odpovědí) (Chráska 1999).

Počet testových úloh byl limitován časem potřebným na vypracování celého testu. Tento čas byl předběžně určen na 45 minut. Považovala jsem za vhodné, aby testovací čas nepřesáhl více než jednu vyučovací hodinu z důvodu snadnější realizace výzkumu. Do testovacího času byl započítán čas nutný pro zadávání a ukončení testování. Žáci měli tedy mít k dispozici na samotné řešení testu asi 35 minut.

Navržené testové úlohy byly posouzeny několika vybranými kompetentními osobami a na základě jejich doporučení upraveny do závěrečné podoby.

5.1.2 Podoba didaktického testu a charakteristika testových úloh

Didaktický test obsahuje záhlaví pro vyplnění názvu školy, třídy, jména, známek ze zeměpisu a matematiky a pohlaví. Kolonku se jménem žáka jsem do dotazníku umístila záměrně, aby nedocházelo k nezodpovědnému vyplnění či dokonce k recesi. Jména žáků již nehrála při vyhodnocování dotazníků žádnou roli. Známky ze zeměpisu a matematiky na posledním vysvědčení jsou významné pro určení případné závislosti mezi známkou ze zeměpisu či matematiky a výsledkem didaktického testu. Na základě uvedeného pohlaví je možno vyvodit, zda lepších výsledků dosáhli chlapci nebo dívky.

Dále následují samotné testové úlohy, kterých je v didaktickém testu celkem osm. Z těchto osmi úloh jsou ještě některé rozděleny na úlohy dílčí. Kromě úlohy 6, která je uzavřená, jsou všechny testové úlohy otevřené se stručnou odpovědí. Úlohy 1 a 2 jsou doplňovací, zbylé jsou produkční. Testové úlohy jsou seřazeny více či méně podle obtížnosti od nejjednodušších po ty obtížnější, přičemž úlohy, při jejichž řešení je potřeba nějakých speciálních pomůcek (atlasu, pravítka), jsou řazeny z praktických důvodů za sebou.

Testové úlohy jsou různorodé, přičemž vycházejí z vybraného učiva uvedeného v tabulce 11. Tři úlohy se zaměřují na výpočty s měřítky map, protože se s nimi hodně pracuje také v hodinách zeměpisu i matematiky. V zadání testových úloh nejsou uvedeny žádné vzorce. Veškeré potřebné vzorce považuji za základní a všichni žáci by si je měli pamatovat. Podrobnému popisu testových úloh se věnuji níže. Přesné znění testových úloh, jakožto celá podoba didaktického testu se nachází v příloze 20.

Testová úloha 1

Úloha se zabývá zpracováním statistických dat (početním i grafickým). Na internetových stránkách Českého statistického úřadu (www.czso.cz) byly vyhledány údaje o nejvyšším ukončeném vzdělání obyvatel ČR starších 15 let za roky 1980 a 2001. Do tabulky byly zaneseny počty obyvatel s jednotlivými stupni ukončeného vzdělání. Úkolem žáků v části a) je pomocí kalkulačky vypočítat procentuální zastoupení obyvatel s příslušným stupněm ukončeného vzdělání v celkovém počtu obyvatel s ukončeným vzděláním a doplnit tabulku. V části b) mají žáci použít vypočtené údaje z části a) k dokončení diagramů. K tomu potřebují pravítka a v případě barevného provedení legendy také pastelky nebo fixy. Volila jsem sloupcové diagramy s výškou 10 cm, aby se žákům vypočítané hodnoty lépe nanášely. Tvorba kartodiagramu nebyla do didaktického testu zařazena z časových důvodů. Domnívám se, že pokud žáci dokážou statisticky zpracovat data a vytvořit diagramy, nebude již pro ně problém umístit diagramy do mapy a vytvořit kartodiagramy.

Testová úloha 2

Předmětem úlohy 2 jsou zeměpisné souřadnice. Úkolem žáků v části a) je vyhledat ve školním atlase světa podle zadaných zeměpisných souřadnic názvy míst na zemském povrchu, v části b) naopak určit zeměpisné souřadnice zadaných měst. Abych prověřila, že žáci skutečně se zeměpisnými souřadnicemi pracovat umí, zadala jsem v části a) dvoje zeměpisné souřadnice a v části b) dvě města. V zeměpisných souřadnicích zadaných a hledaných míst jsem navíc volila různé kombinace zeměpisných šířek a délek.

Testová úloha 3

V úloze 3 opět žáci pracují se školním atlasem světa, proto byla také zařazena za úlohu 2, i když se jedná o úlohu již náročnější. Část a) představuje klasickou úlohu na výpočet skutečné délky z měřítka mapy. Žáci mají pravítkem změřit na fyzické mapě světa délku rovníku a pomocí kalkulačky ji přepočítat podle měřítka. V části b) se má opět vypočítat délka rovníku, ale tentokrát na referenční kouli se zadaným poloměrem. Žáci toto číslo z hodin dobře znají, otázkou je, jestli si vůbec uvědomují, jak se k němu přijde. Délka rovníku se určí jako obvod kruhu, jehož vzorec by si měli pamatovat. Výsledky částí a) a b) jsou potřebné pro výpočet zkreslení v části c). Definici zkreslení a tedy i návod, jak ho vypočítat, jsem uvedla přímo do zadání, protože se domnívám, že se s ním v běžných hodinách zeměpisu nepočítá. Na základě toho, že se jedná o výpočet podílu délky rovníku vypočítané z měřítka mapy a na referenční kouli s možností využití kalkulačky, by řešení této úlohy nemělo dělat žákům problémy. Žáci si musí pouze uvědomit, že obě vypočítané délky musí být převedeny na stejné jednotky.

Testová úloha 4

Úloha 4 byla do testu zařazena jako klasická úloha na výpočet měřítka mapy z délky naměřené na mapě a skutečné vzdálenosti. Aby úloha nebyla příliš jednoduchá, uvedla jsem délky ve dvou různých jednotkách (mm a km). Žáci si tedy musí zadané hodnoty převést na cm, což některým může činit problémy.

Testová úloha 5

Úloha 5 se taktéž týká měřítka mapy, tentokrát ovšem měřítka plošného, které není tak často využívané jako měřítko délkové. Úkolem žáků je nejprve z rozměrů obdélníkového hřiště podle vzorce vypočítat jeho obsah. Dále mají žáci z plošného měřítka mapy a vypočítaného obsahu pomocí kalkulačky určit skutečnou plochu hřiště. Záměrně jsem do zadání uvedla, že se jedná o fotbalové hřiště, což mělo žákům pomoci při kontrole správnosti jejich výsledku. Výsledek požaduji uvést v arech, abych prověřila znalosti plošných jednotek.

Testová úloha 6

Úloha se zabývá kartografickými zobrazeními a jejich základními vlastnostmi. Jedná se o úlohu uzavřenou, ve které žáci z předloženého výběru přiřadí ke každému ze tří zobrazení právě jednu charakteristiku z většího počtu možností. Tím, že žáci nejenom přiřazují, ale také vybírají správnou charakteristiku, jsem úlohu záměrně ztížila. Tato úloha má prokázat vedle znalosti vlastností základních zobrazení také znalosti geometrických pojmů a dobrou představivost žáků.

Testová úloha 7

Úlohu 7 považuji za jednu z nejnáročnějších úloh. Součástí zadání je mapa, se kterou žáci při řešení úlohy pracují. Mapa byla vytvořena na internetových stránkách Národního geoportálu INSPIRE (http://geoportal.gov.cz). Úkolem žáků je vypočítat úhel, který mezi sebou svírají spojnice zadaných měst. Žáci mají provádět měření délek v mapě a použít znalosti o goniometrických funkcích v pravoúhlém trojúhelníku, bez kterých úlohu nevyřeší. Domnívám se, že řada žáků si neuvědomí, že lze v této úloze využít goniometrické funkce. Dalším problémem jistě bude vzpomenout si na vzorce pro výpočet úhlu pomocí goniometrických funkcí. I když považuji tuto úlohu za nejtěžší, neumístila jsem ji úplně nakonec, aby na její řešení měli žáci před sebou ještě dostatek času.

Testová úloha 8

Úloha 8 je poslední úlohou didaktického testu a obsahuje mapu Evropy vytvořenou pomocí kartografické anamorfózy. Úkolem žáků je určit z této mapy početní stav francouzské armády v roce 1994. K vyřešení úlohy je potřeba pomocí pravítka určit rozměry obdélníku představujícího Francii, vypočítat podle vzorce obsah tohoto obdélníku a přepočítat mm^2 na vojáky podle uvedeného vztahu. Tuto úlohu považuji za méně náročnou a myslím si, že v ní uspějí i žáci, jejichž učitelé zeměpisu kartografickou anamorfózu při hodinách neprobírají.

5.1.3 Vzorové řešení a bodové ohodnocení testových úloh

Aby byly didaktické testy objektivně ohodnoceny, muselo být vytvořeno vzorové řešení testových úloh, podle kterého se vyplněné didaktické testy opravovaly (viz příloha

21). Ve vzorovém řešení je podrobně okomentován i postup výpočtu některých úloh, který jsem již v takové míře od žáků nevyžadovala.

Testové úlohy jsou skórovány pomocí bodů. Jelikož se test skládá z úloh různé obtížnosti, jsou úlohy hodnoceny rozdílným počtem bodů. V didaktickém testu se tak nachází úlohy za jeden, dva nebo tři body. Bodové hodnocení jednotlivých úloh uvádí tabulka 12. Z uvedeného počtu bodů by se měla v případě neúplnosti nebo chyby v řešení podle závažnosti srážet určitá část bodů (vždy celá). Do vzorového řešení testových úloh jsem tedy vepsala bodové hodnocení jednotlivých kroků. Maximální počet bodů, který může žák z testu získat, je 24.

Tabulka 12: Bodové ohodnocení testových úloh

testová úloha	**1a**	**1b**	**2a**	**2b**	**3a**	**3b**	**3c**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**	**celkový počet bodů**
počet bodů	2	2	2	2	2	2	1	2	2	3	2	2	24

Zdroj: vlastní tvorba

5.1.4 Statistické metody pro zpracování výsledků didaktických testů

Po vytvoření didaktických testů byly vybrány statistické metody vhodné pro zpracování jejich výsledků. Cílem použití těchto metod bylo zjistit:

1. jaká je úspěšnost žáků při řešení předloženého didaktického testu (celková i v jednotlivých úlohách),
2. zda existuje významnější rozdíl mezi výsledky jednotlivých gymnázií a tříd,
3. zda dosahují lepších výsledků dívky nebo chlapci,
4. zda existuje závislost mezi známkou ze zeměpisu či matematiky a výsledkem didaktického testu.

Zaměřila jsem se zejména na popisnou statistiku, která danému účelu zcela postačuje. Jako hlavní ukazatel výkonu v jednotlivých testových úlohách i celkového výkonu v testu byla zvolena úspěšnost vyjádřená v %. Vypočítá se jako podíl získaného počtu bodů a maximálního možného počtu bodů vynásobený 100.

Základní představu o úspěšnosti žáků lze určit pomocí charakteristik polohy. Pro vyhodnocování didaktických testů byl zvolen aritmetický průměr a medián.

Aritmetický průměr $\bar{x}$ z číselných hodnot $x_1, x_2, x_3, \ldots\ x_n$ se vypočítá podle vzorce $\bar{x} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} x_i$. Medián $\tilde{x}$ je prostřední hodnota z řady hodnot seřazených podle velikosti, která rozděluje soubor dat na dvě stejné části.

Informace o tom, jak jsou jednotlivé hodnoty kolem aritmetického průměru rozptýleny, udávají míry variability. Mezi nejdůležitější patří rozpětí a směrodatná odchylka.

Rozpětí R je rozdíl mezi největší a nejmenší naměřenou hodnotou. Směrodatná odchylka σ se určí jako druhá odmocnina z rozptylu: $\sigma = \sqrt{\sigma^2}$, kde $\sigma^2 = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}\left(x_i - \bar{x}\right)^2$. Směrodatná odchylka je tím větší, čím více se hodnoty x_i odchylují od aritmetického průměru (Chráska 2007).

Pro zjištění, zda je možné pokládat výsledky didaktického testu v jednotlivých třídách za slučitelné v jeden náhodný výběr, byl použit Fisherův-Snedecorův *F*-test. *F*-test určí pomocí kritéria *F*, zda je v *k* třídách přibližně stejně velký rozptyl. Kritérium *F* se vypočítá podle vzorce $F = \frac{Q_1}{s^2.(k-1)}$, kde $Q_1 = \sum_{j=1}^{k} n_j.\bar{x}_j^2 - n.\bar{x}^2$ a $s^2 = \frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{k} n_i.(x_i - \bar{x})^2$.

Kritérium *F* se využije k testování následující dvou nulových hypotéz:

1. H_0: Mezi výsledky jednotlivých gymnázii není významný rozdíl, takže skupina všech žáků z pěti gymnázií tvoří jeden náhodný výběr ze základního souboru žáků 2. ročníků (popř. sext).
2. H_0: Mezi výsledky jednotlivých tříd v rámci téhož gymnázia není významný rozdíl, takže skupina všech žáků z téhož gymnázia tvoří jeden náhodný výběr ze základního souboru žáků 2. ročníků (popř. sext).

Pokud vypočtená hodnota *F* kritéria překročí kritickou hodnotu tohoto kritéria $F_5\ (f_1,\ f_2)$, kde $f_1 = k - 1$, $f_2 = n - k$, pak nulové hypotézy zamítneme (Hniličková, Josífko, Tuček 1991).

5.2 Předvýzkum a průběh didaktického testování žáků

Předvýzkum byl proveden s cílem zjistit na vybraném vzorku žáků 2. ročníku čtyřletého gymnázia[21] přiměřenost testu a jasnost, srozumitelnost a jednoznačnost

[21] nebo odpovídajícího ročníku víceletého gymnázia

testových úloh. Jeho součástí bylo didaktické testování žáků a na něj navazující dotazníkové šetření. Výsledky předvýzkumu nebyly započítány do celkových výsledků výzkumu a měly sloužit pouze k případné úpravě testu.

5.2.1 Průběh předvýzkumu s žáky

Předvýzkum byl realizován na Gymnáziu Český Brod a zúčastnilo se ho 23 žáků. O výzkumu byli všichni zúčastnění i vedení školy dopředu informováni. Žáci byli upozorněni na pomůcky, které si s sebou mají donést na didaktické testování (psací potřeby, pravítko, trojúhelník s ryskou, kalkulačka, školní atlas světa). S obsahem a tématem didaktického testu ovšem předem seznámeni nebyli. Didaktické testování proběhlo v jedné vyučovací hodině za přítomnosti učitele zeměpisu. Didaktické testy jsem žákům zadávala osobně a v úvodu ode mě žáci vyslechli tyto pokyny: *„Na vypracování testu máte celou vyučovací hodinu. Během testování smíte využívat následující pomůcky: psací potřeby, pravítko, trojúhelník s ryskou, kalkulačku, školní atlas světa. Všechno ostatní prosím odstraňte z lavic. Nejprve vyplňte záhlaví testu. Pak můžete začít řešit jednotlivé úlohy. Zadání každé úlohy si vždy pečlivě přečtěte. Úlohy můžete řešit v libovolném pořadí. Veškeré výpočty provádějte přímo do testu. V případě nedostatku místa jsou k dispozici prázdné papíry. Pracujte samostatně a snažte se test vyplnit co nejlépe v rámci svých možností. Testy nejsou na známky a slouží pouze pro účely mého výzkumu.“*

Během testování nezazněl ze strany žáků ani jeden dotaz. Žáci pracovali samostatně. Pět minut před vybráním testu byla již zhruba polovina žáků hotova.

Po uplynutí časového limitu a vybrání testů byl žákům zadán krátký dotazník (viz příloha 22). Ten měl prověřit dostatečnost časového limitu určeného pro vyplnění testu, dále pak jasnost, srozumitelnost a obtížnost jednotlivých úloh a dát žákům prostor pro další jejich komentář k didaktickému testu. Vyplnění dotazníku zabralo žákům přibližně 2 minuty.

5.2.2 Vyhodnocení předvýzkumu s žáky

Didaktické testy byly opraveny podle vzorového řešení (viz příloha 21). Každá testová úloha byla ohodnocena určitým počtem bodů (blíže viz kapitola 5.1.3).

Tabulka 13: Bodové hodnocení testových úloh a výsledky předběžného výzkumu

číslo testové úlohy	**body**	**počet žáků**					**úspěšnost v %**
		řešících úlohu	**s 0 body za řešení**	**s 1 bodem za řešení**	**s 2 body za řešení**	**s 3 body za řešení**	
1a	2	22	2	6	15	-	78,26
1b	2	22	10	2	11	-	52,17
2a	2	22	1	4	18	-	86,96
2b	2	20	3	4	16	-	78,26
3a	2	11	12	0	11	-	47,83
3b	2	8	18	0	5	-	21,74
3c	1	3	22	1	-	-	4,35
4	2	19	14	0	9	-	39,13
5	2	15	18	4	1	-	13,04
6	3	19	9	5	3	6	42,03
7	2	20	21	0	2	-	8,70
8	2	19	9	0	14	-	60,87

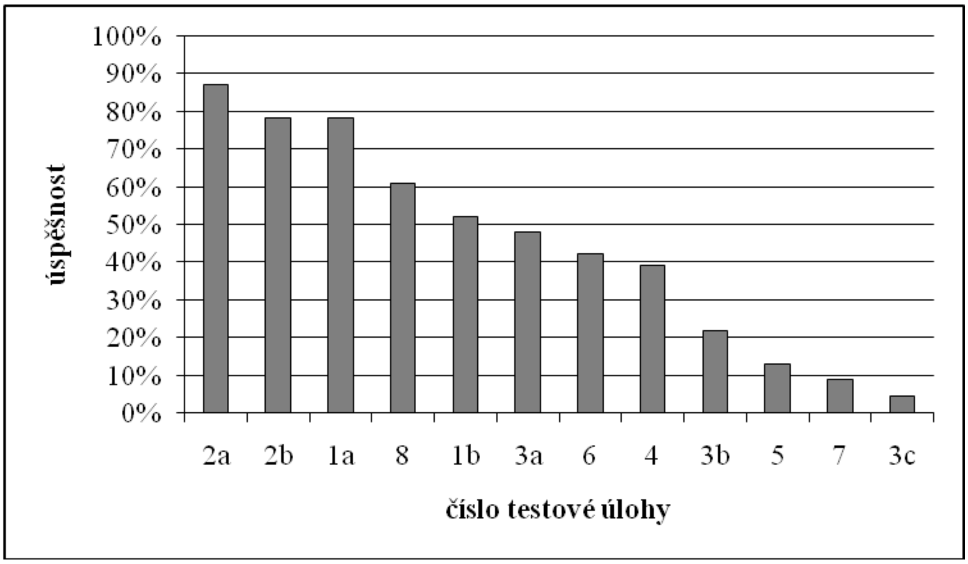
Zdroj: vlastní šetření

Přiměřenost didaktického testu byla hodnocena pomocí tří ukazatelů:

1. pomocí počtu žáků řešících příslušnou úlohu,
2. pomocí úspěšnosti v jednotlivých testových úlohách,
3. pomocí celkové úspěšnosti v testu.

Z výsledků, které uvadí tabulka 13, je patrné, že se vždy alespoň jeden žák pustil do řešení příslušné úlohy. Graf 1 naznačuje, že žáci ani v jedné z úloh nedosáhli úspěšnosti 0 %, nebo naopak 100 %. Nejméně úspěšní byli při řešení úlohy 3c (pouze 4,35 %). Důvodem bylo to, že pouze čtyři žáci vypočítali úlohy 3a a 3b, jejichž výsledky jsou potřebné pro výpočet úlohy 3c. Navíc z těchto čtyř žáků tři žáci nedokázali výsledky úloh použít v úloze 3c. Velice nízká úspěšnost byla také zaznamenána při řešení úlohy číslo 7 (8,7 %). Většina žáků (tj. 17 z 23) zvládla správně podle zadání narýsovat úsečky svírající hledaný úhel, ale pouze dva žáci vypočítali hledaný úhel a to tak, že sestrojili pravoúhlý trojúhelník a využili poznatků o goniometrických funkcích. Úspěšnost menší než 20 % má také úloha. Důvodem špatných výsledků bylo zaměnění plošného měřítka za délkové, dále pak nedostatečné znalosti v převodech jednotek (pouze jeden žák dokázal správně převést výsledek na ary). Ani jeden žák nedosáhl v didaktickém testu úspěšnosti 0 %, nebo naopak 100 %. Celková úspěšnost žáků se pohybovala kolem 46 %.

Graf 1: Úspěšnost žáků v jednotlivých testových úlohách v předvýzkumu



Zdroj: vlastní šetření

V dotaznících vztahujících se k didaktickému testu byly žákům položeny čtyři otázky. Jejich znění a odpovědi žáků jsou zaznamenány v tabulce 14.

Tabulka 14: Znění otázek v dotaznících a nejčastější odpovědi žáků

číslo otázky	otázka	nejčastější odpovědi	počet žáků
1	Byl časový limit určený pro vyplnění testu dostatečný?	Ano, byl dostatečný.	13
		Ne, nebyl dostatečný. Potřeboval/a bych navíc dalších 5-10 minut	8
		Ne, nebyl dostatečný. Potřeboval/a bych navíc více než 10 minut	2
2	Bylo zadání úloh jasné a srozumitelné? Pokud ne, uveď číslo úlohy, jejíž zadání by bylo třeba lépe zformulovat, a konkrétně to, co bylo v zadání nejasné a čemu jsi nerozuměl/a.	Ano, vše bylo jasné a srozumitelné.	21
		Ne, nebylo. Lépe bych formuloval/a zadání úloh 4, 7 a 8.	2
3	Byla v testu nějaká úloha, se kterou jsi si vůbec nevěděl/a rady? Pokud ano, uveď jaká.	Ne, nebyla.	14
		Ano, byla. Jednalo se o úlohy 7 a 8.	9
4	Chtěl/a bys k testu ještě něco dodat?	Ne, nechtěl/a.	21
		Ano, chtěl/a. Test mi připadal velmi těžký.	2

Zdroj: vlastní šetření

Dodatek k otázce číslo 2: Žáci, kteří uvedli, že by bylo potřeba lépe formulovat úlohy 4, 7 a 8, již nezmínili konkrétně to, co bylo v zadání těchto úloh nejasné a nesrozumitelné. Jeden žák poznamenal, že by termín „plocha“ v úloze číslo 5 nahradil výrazem „obsah“.

Dodatek k otázce číslo 4: Jeden ze žáků, kteří ohodnotili test jako velmi těžký, ještě dodal: „Kdybychom měli takové testy psát ve škole na známky, všichni bychom propadali.“

Po vyhodnocení předběžného výzkumu jsem došla k následujícím závěrům:

1. V didaktickém testu není ani jedna úloha, která by byla příliš jednoduchá nebo příliš obtížná. Přesto se zde vyskytují úlohy, jejichž řešení dělalo žákům problémy. Proto bude k úlohám 3b a 7 připojena nápověda a v zadání úlohy 5 bude zvýrazněno slovo „plošné“, které je klíčové pro její správné vyřešení. Tím by mělo dojít ke zvýšení úspěšnosti v úlohách 3b, 3c, 5, 7, a také ke zvýšení celkové úspěšnosti v testu.
2. Více než jedné polovině žáků se zdál časový limit pro vyplnění testu dostatečný. Během testování jsem zpozorovala, že nejlepším žákům by na vyplnění testu postačilo pouze 35 minut. Taktéž nejslabší žáci byli hotovi dříve, protože si s některými úlohami nevěděli rady vůbec. Naopak průměrní nebo pomalejší žáci by uvítali více času. Ale navýšení časového limitu by mohlo způsobit, že by žáci, kteří by byli hotovi, začali vyrušovat a kontrolovat výsledky s ostatními a zkreslili by tím výsledky testu. Časový limit pro zadání a vyplnění testu zůstane tedy zachován.
3. Většina žáků (21 z 23) považuje zadání testových úloh za jasné a srozumitelné. Proto již k žádným dalším úpravám než k těm výše uvedeným v didaktickém testu nedojde.

5.2.3 Průběh didaktického testování žáků

Didaktické testování žáků bylo provedeno v prosinci 2011 na výše uvedených gymnáziích. Podobně jako v předvýzkumu jsem nejprve prostřednictvím elektronické pošty (viz příloha 11) nebo telefonicky požádala vedení gymnázií o povolení na škole provádět výzkum. Vedení škol mě následně odkázalo na učitele těch tříd, ve kterých mělo testování probíhat, abych se domluvila na podrobnostech přímo s nimi. Přesný termín testování byl s učiteli projednán tak, aby byl co nejméně narušen chod školy. Testovaní žáci byli taktéž o výzkumu předem informováni a požádáni, aby si přinesli pomůcky, které budou potřebovat při řešení jednotlivých testových úloh (viz kapitola 5.2.2).

Všechny testy jsem zadávala osobně za přítomnosti učitele zeměpisu nebo matematiky v běžné vyučovací hodině. V úvodu si ode mě žáci vyslechli stejné pokyny jako žáci z předvýzkumu. Pokud to bylo možné, byli žáci rozsazeni, protože byla vytvořena pouze jedna varianta testu. V opačném případě jsme společně s přítomným učitelem museli pečlivěji dohlížet na to, aby každý žák pracoval samostatně. Většina žáků pracovala samostatně, ale opisování samozřejmě nelze zcela vyloučit. Při řešení úloh 2 a 3 používali žáci různé atlasy[22] (většinou ale byly v jedné třídě všechny stejné), takže jsem si je od nich musela během nebo po didaktickém testování vypůjčit a změřit délku potřebnou pro řešení úlohy 3 a opsat měřítko mapy. Během testování se ozvalo jen několik málo dotazů. Nejčastěji potřebovali žáci objasnit pojem referenční koule. Testovací čas byl pro téměř všechny žáky dostačující.

5.3 Vyhodnocení didaktického testování

Didaktického testování se zúčastnilo celkem 225 žáků 2. ročníků čtyřletého nebo odpovídajících ročníků víceletého studia výše uvedených gymnázií (tabulka 2). Na každém gymnáziu byly testování podrobeny většinou dvě třídy. Pouze na Gymnáziu profesora Jana Patočky jsem testovala třídy tři z důvodu vysoké absence žáků v době průběhu výzkumu.

Didaktické testy jsem opravila podle vzorového řešení a bodově ohodnotila. 52 % žáků získalo z didaktického testu alespoň polovinu bodů. Následně jsem testy statisticky vyhodnotila. Výsledky a závěry jsou uvedeny níže. V komentáři používám místo názvů zkoumaných gymnázií zkratky uvedené v tabulce 2.

5.3.1 Základní statistické ukazatele úspěšnosti

Základní statistické ukazatele úspěšnosti jsem zaznamenala do tabulky v příloze 23. Zeleně, resp. červeně jsou zvýrazněny nejvyšší, resp. nejnižší hodnoty příslušných charakteristik za gymnázia. První uvedenou statistickou charakteristikou je aritmetický průměr. Celkový aritmetický průměr úspěšnosti žáků dosáhl necelých 50 %. Nejvyšší průměrnou úspěšnost vykazují žáci GV a to přibližně 63 % (sexta A dokonce necelých 71 %). Vysokou průměrnou úspěšnost vykazuje také GJGJ (necelých 60 %). Nejnižší průměrnou úspěšnost má KG (pouhých 36 %).

Další statistickou charakteristikou úspěšnosti je medián. „Výhodou mediánu je, že není citlivý k extrémním hodnotám“ (Chráska 2007, s. 49). Celkový medián úspěšnosti je určen hodnotou 50 %. Tato hodnota jen o nepatrný rozdíl přesahuje hodnotu aritmetického

[22] Školní atlas světa. 3. vydání. Kartografie Praha, Praha, 2011, 176 s.

Školní atlas světa. 2. vydání. Kartografie Praha, Praha, 2007, 175 s.

Školní atlas světa. 1. vydání. SHOCart, Zádvěřice, 2004, 112 s.

průměru. Nejvyšší medián vykazují GJGJ a GV. Zajímavé je, že GV má aritmetický průměr nižší než medián a v případě GJGJ je tomu přesně naopak. To lze vysvětlit tím, že na GV je jeden student s extrémně nízkou úspěšností v testu a na GJGJ jsou dva studenti, kteří vynikají nad ostatními. Při porovnání hodnot mediánu a aritmetického průměru všech gymnázií je zřejmé, že je mezi nimi větší rozdíl pouze v případě GJGJ a GH. Medián obou těchto gymnázií je menší než aritmetický průměr, tedy více než polovina žáků dosahuje hodnot menších, než je hodnota aritmetického průměru. Opačně to platí pro GV a KG, kde již je ale rozdíl mezi aritmetickým průměrem a mediánem téměř zanedbatelný. Poměrně velké rozdíly ve středních hodnotách úspěšnosti jsou patrné mezi třídami GV a GJH.

Dalšími charakteristikami jsou minimum a maximum úspěšnosti. Minimum celkové úspěšnosti se dosahuje 12,5 %. Tato hodnota se vyskytovala pouze v případě KG. Minimum úspěšnosti pod 20 % bylo zaznamenáno také na GJGJ. Zbylá gymnázia mají minimum úspěšnosti necelých 21 %. Maximum úspěšnosti dosahuje 95,8 %. Touto hodnotou disponují GJGJ a GV (obě gymnázia mají též nejvyšší střední hodnoty). KG vykazuje nejenom nejmenší minimální úspěšnost, ale také nejmenší maximální úspěšnost ze všech gymnázií.

Z minima a maxima úspěšnosti jsem následně určila rozpětí. Celkové rozpětí úspěšnosti bylo vypočítáno na 83,3 %. V rámci jednotlivých gymnázií byl největší rozdíl zaznamenán u GJGJ, dále pak u GV a GJH (více než 70 %). Na těchto gymnáziích jsou rozdíly mezi žáky poměrně velké - na jedné straně jsou zde žáci s vynikajícími výsledky, na druhé straně žáci s velmi podprůměrnými výsledky. Na KG, kde se rozpětí pohybovalo pouze okolo 50 %, mají skoro všichni žáci obdobnou úroveň znalostí a žádný z nich nevyniká skvělým výsledkem.

Poslední charakteristika vypovídá o kolísání jednotlivých hodnot úspěšnosti kolem aritmetického průměru úspěšnosti. Celková směrodatná odchylka je určena hodnotou 1,94. Z gymnázií má nejvyšší směrodatnou odchylku GJGJ, následují GJH a GV. Tzn., že se u těchto gymnázií odchylují jednotlivé hodnoty od aritmetického průměru více a častěji než u zbylých gymnázií.

5.3.2 Výsledky *F*-testu

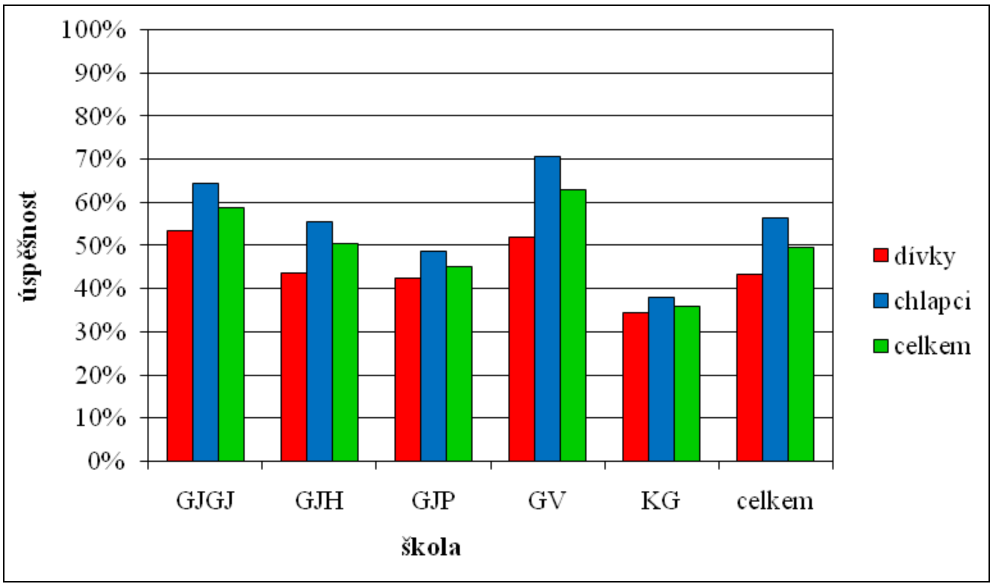
Do výzkumu sice byla vybrána gymnázia bez jakýchkoli speciálních zaměření, a tak by se dalo uvažovat o jejich možné podobnosti z hlediska výsledků žáků v didaktickém testu, ale hodnoty základních statistických charakteristik naznačují rozdíly v jejich výsledkách. Pomocí *F*-testu jsem testovala hypotézu H_0: „Mezi výsledky jednotlivých gymnázií není významný rozdíl“. Stěžejní kroky výpočtu kritéria *F* jsem zaznamenala do tabulky v příloze 24. Hodnota kritéria *F* přesáhla kritickou hodnotu *F*-rozdělení pro zvolenou hladinu významnosti (5 %) a počet stupňů volnosti, nulovou hypotézu tedy můžeme zamítnout a tvrdit, že mezi výsledky jednotlivých gymnázií existuje jistý rozdíl.

Dále se nabízelo tuto hypotézu otestovat i v rámci jednotlivých gymnázií. Výsledky *F-testu* byly opět zaznamenány do tabulky v příloze 24. Kromě GV nebyla nulová hypotéza H_0: „Mezi výsledky jednotlivých tříd není významný rozdíl“ zamítnuta pro zvolenou hladinu významnosti (5 %) a počet stupňů volnosti pro žádné další gymnázium. Velký rozdíl mezi třídami GV je patný již z jejich průměrné úspěšnosti, kdy žáci sexty A dosáhli průměrné úspěšnosti přibližně 70 %, zatímco žáci 2. C pouze 54 %.

5.3.3 Úspěšnost podle pohlaví žáků

Průměrnou úspěšnost chlapců a dívek v didaktickém testu jsem zaznamenala do tabulky (příloha 25) a vynesla do grafu 2. Z grafu je patrné, že celkově i v rámci jednotlivých gymnázií byli vždy úspěšnější chlapci než dívky. Chlapci byli navíc úspěšnější i v rámci jednotlivých tříd (příloha 24). Průměrně se úspěšnost chlapců lišila od úspěšnosti dívek o více než 13 %. Největší rozdíl úspěšnosti podle pohlaví byl zaznamenán na GV (téměř 19 %), nejmenší na KG (kolem 3,5 %). Vyšší úspěšnost chlapců se dá připsat tomu, že mají chlapci podle četných výzkumů rozvinutější matematické schopnosti (Průcha 2009a). Ve všech testových úlohách, ve kterých se něco počítalo, byli chlapci lepší než dívky. Pouze v úloze 6 byly dívky úspěšnější. Dle mého názoru se dívky v matematice orientují spíše na pamětní učení bez hlubšího pochopení. Chlapci se naopak snaží co nejvíce si toho odvodit, tím pádem si dané učivo lépe osvojí.

Graf 2: Úspěšnost žáků podle pohlaví



Zdroj: vlastní šetření

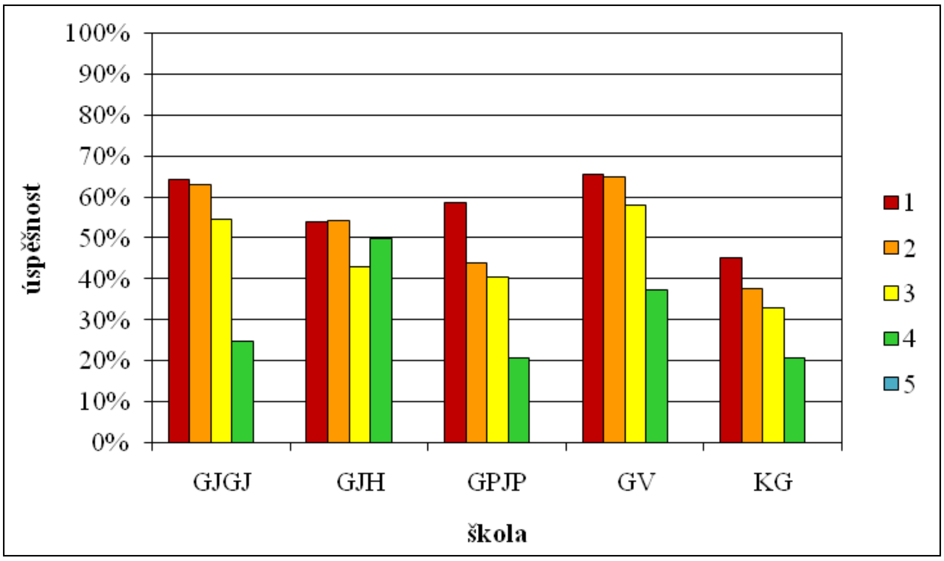
5.3.4 Úspěšnost žáků podle známek ze zeměpisu a z matematiky

Hodnoty průměrné úspěšnosti žáků podle známky ze zeměpisu a z matematiky na posledním vysvědčení předkládá tabulka v příloze 25 a ukazují grafy 3 a 4. Oba grafy naznačují jistou závislost výsledku testu na známce ze zeměpisu i na známce z matematiky. Čím lepší je známka ze zeměpisu či matematiky, tím je vyšší úspěšnost v testu. Výsledky testu jsou jen výjimečně lepší či horší, než by se usuzovalo ze známek žáků. V případě GJGJ žák, který dostal z matematiky pětku, napsal test na 62,5 %. Jeho úspěšnost je tudíž vyšší než průměrná úspěšnost žáků s trojkou a čtyřkou a stejná jako průměrná úspěšnost žáků s dvojkou. V žádném jiném případě ale průměrná úspěšnost žáků nepřekročila průměrnou úspěšnost žáků se známkou lepší o více než jeden stupeň. Žáci z GPJP s trojkou z matematiky dosáhli lepšího průměrného výsledku z testu než žáci s dvojkou. Žáci z GJH se čtyřkou ze zeměpisu dosáhli lepšího průměrného výsledku než žáci s trojkou, žáci s dvojkou lepšího výsledku než žáci s jedničkou.

Z grafů 3 a 4 je patrné, že na výsledek testu měla silnější vliv známka z matematiky než známka ze zeměpisu. Např. žáci s jedničkou z matematiky dosahují na všech gymnáziích výrazně lepších výsledků než žáci s jinými známkami. Naproti tomu mezi úspěšností žáků s jedničkou ze zeměpisu a úspěšností žáků s dvojkou ze zeměpisu je na třech gymnáziích z pěti minimální rozdíl. Lze to vysvětlit tím, že ze zeměpisu mohou mít dobré známky i slabší žáci, protože při osvojování zeměpisného učiva většinou není potřeba nějakých zvláštních schopností jako např. logického myšlení či prostorové představivosti, bez kterých by žáci v matematice neuspěli.

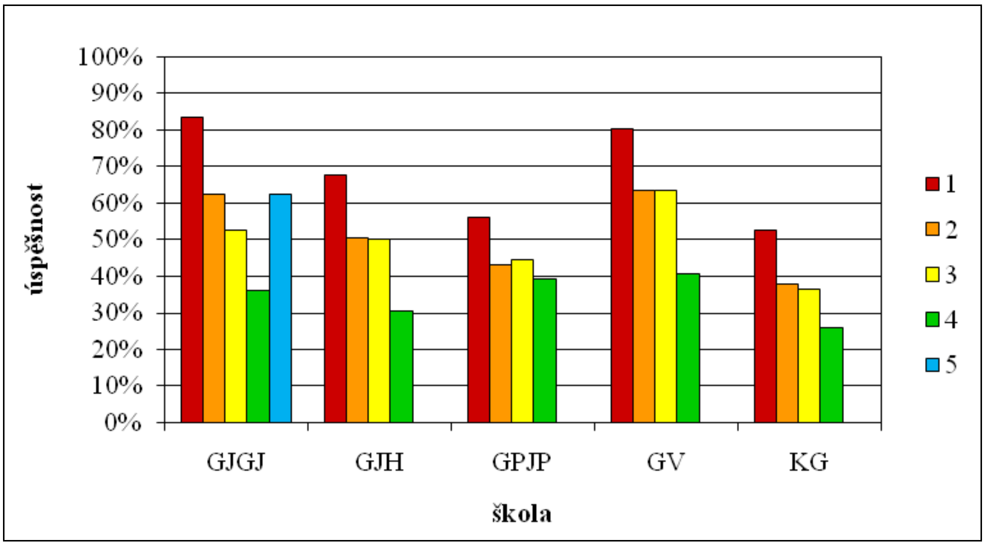
Závislost výsledku testu na známkách se na jednotlivých gymnáziích liší. Důvodem je to, že kromě samotných schopností a dovedností žáka a jeho zájmu o daný předmět může výslednou známku ovlivnit také konkrétní probírané téma (např. žáka zeměpis baví, ale kartografie jako taková ne), dále pak učitel svým přístupem a nároky, které na žáky klade, úroveň třídy a gymnázia, ale i prostředí, ve kterém žák vyrůstá.

Graf 3: Úspěšnost žáků podle známky ze zeměpisu



Zdroj: vlastní šetření

Graf 4: Úspěšnost žáků podle známky z matematiky

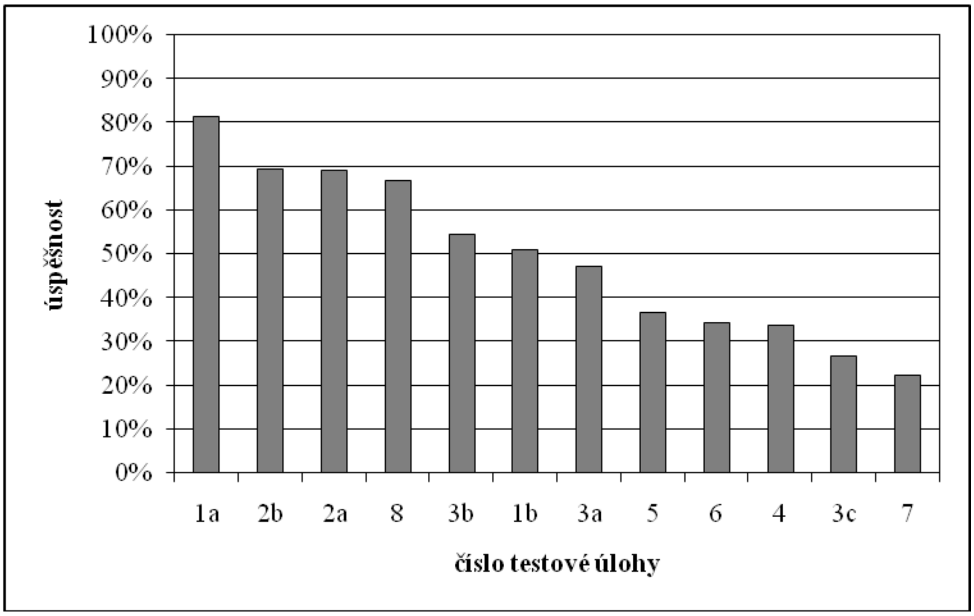


Zdroj: vlastní šetření

5.3.5 Úspěšnost žáků v jednotlivých testových úlohách

Graf 5 ukazuje celkovou úspěšnost v jednotlivých úlohách. Úlohy byly seřazeny sestupně od té s nejvyšší úspěšností po tu s nejnižší. Jak jsem uvedla již výše, úlohy v testu jsem se snažila seřadit podle náročnosti tak, aby ze začátku byly spíše úlohy jednodušší a těžší úlohy se nacházely až ve druhé polovině testu. Nejúspěšnější byli žáci při řešení úlohy 1a (získali přes 80 %). S procenty se počítá již na prvním stupni základních škol, takže mají žáci toto učivo již dobře osvojené. Dále následovaly úlohy 2b a 2a (téměř 70 %). V těchto úlohách žáci nic nepočítali a se zeměpisnými souřadnicemi by měli také umět pracovat již od základní školy. Nejnižší úspěšnost měli žáci, jak jsem předpokládala, v úloze 7, dále pak v úloze 3c a 4. V porovnání s předvýzkumem se úspěšnost žáků v úlohách, ve kterých bylo poupraveno zadání, podstatně zvýšila. Úloha 3c má nízkou úspěšnost z toho důvodu, že úlohy 3a a 3b byly pro žáky náročnější a pro výpočet úlohy 3c bylo správné řešení předchozích dvou úloh podstatné. Překvapivě nízkou úspěšnost (pod 50 %) vykazují úlohy s měřítkem mapy (úlohy 3a, 4 a 5), přestože se s ním hodně ve výuce počítá a také v učebnicích je nejvíc úloh právě na měřítko mapy.

Graf 5: Celková úspěšnost v jednotlivých testových úlohách



Zdroj: vlastní šetření

V tabulce v příloze 26 je zaznamenán podíl žáků, kteří danou úlohu vyřešili zcela správně, částečně správně (získali 1 bod ze 2 nebo 1 nebo 2 body ze 3), zcela špatně či vůbec. Ve většině případů žáci vyřešili úlohu zcela správně anebo zcela špatně nebo vůbec. Podíl žáků, kteří dostali alespoň část bodů za řešení, byl velmi malý.

Nejvyšší podíl žáků, kteří vyřešili danou úlohu zcela správně, mají úlohy 1a a 8 (obě přes 66 %), nejnižší úlohy 6 (přibližně 10 %), 7 a 3c (obě pod 30 %). Úlohu 6 sice zcela správně vyřešil malý podíl žáků (přibližně 10 %), ale částečně správně ji vyřešil nejvyšší podíl žáků. Důvodem bylo specifické zadání úlohy – výběr z nabídnutých možností. Největší podíl žáků, kteří úlohu vyřešili špatně nebo ji nevyřešili vůbec, mají úlohy 3c a 7 (obě přes 70 %). Úlohu 3c neřešili žáci proto, že za prvé neměli vyřešenou úlohu 3a nebo 3b (podíl žáků, kteří je neřešili vůbec, je také vysoký) nebo se za druhé nechtěli pouštět do výpočtu něčeho, co je jim neznámé, i když návod na výpočet zkreslení jim byl poskytnut a úlohy 3a i 3b vyřešili. Úspěšnost řešení úlohy 7 je sice nejnižší, ale většina žáků se do jejího řešení pustila a alespoň sestrojila přímky spojující zadaná města.

V tabulce 15 jsou shrnuty nejčastější chyby v řešení jednotlivých testových úloh. Jelikož měli žáci povoleno používat při výpočtech kalkulačku, neobjevovaly se chyby v početních operacích (sčítání, odčítání, násobení, dělení). V některých případech docházelo k tomu, že si žáci přečetli nedůsledně zadání a pak bylo jejich řešení neúplné nebo špatné. Např. v úloze 1a zapomněli hodnoty zaokrouhlit, v úloze 3c prohodili čitatele se jmenovatelem ve vzorci, v úloze 5 si nevšimli, že mají počítat s plošným měřítkem, v úloze 6 nepřiřazovali právě jednu charakteristiku, ale víc, v úloze 8 určovali počet vojáků jiných armád než francouzské. Dále se ukázalo, že mají žáci velké problémy s převody jednotek, které byly potřeba při řešení úloh s měřítky na mapě. Řada chyb by se dala eliminovat, kdyby žáci prováděli důslednější kontrolu a více přemýšleli nad výsledky, které jim vyšly.

Chyby jsem rozdělila podle závažnosti na chyby drobné (především způsobené nepozorností) a chyby hrubé, na které by se učitelé měli ve výuce zaměřit. Drobné chyby jsou v tabulce zvýrazněny šedě, hrubé červeně (zasluhující pozornost učitele matematiky) nebo zeleně (zasluhující pozornost učitele zeměpisu).

Tabulka 15: Nejčastější chyby v řešení testových úloh

číslo testové úlohy	**nejčastější chyby**
1a	špatně zaokrouhleno nebo nezaokrouhleno vůbec
1b	všechny hodnoty nanášeny do diagramu z počátku
	při nanášení hodnot do diagramu nepoužito pravítko
	nepřesnosti v měření
2a	záměna východních a západních zeměpisných délek
2b	záměna severních a jižních zeměpisných šířek a západních a východních zeměpisných délek
3a	chyby při měření v mapě
	chybně převedeno z cm na km
3b	chybný vzorec na výpočet obvodu kruhu
3c	prohození čitatele a jmenovatele ve vzorci
4	špatně převedeno z mm a km na cm nebo nepřevedeno vůbec
5	záměna plošného měřítka za délkové
	chybně převedeno na ary nebo nepřevedeno vůbec
6	přiřazení více než jedné charakteristiky ke každému zobrazení
	záměna charakteristik zobrazení
7	chybná práce s kalkulačkou
	nepřesné sestrojení pravoúhlého trojúhelníka
8	špatné převedení obsahu z cm^2 na mm^2
	určení počtu vojáků jiné armády než francouzské

Zdroj: vlastní tvorba

Poznámka: Šedě je zvýrazněna drobná chyba, červeně hrubá matematická chyba, zeleně hrubá kartografická chyba.

Úspěšnost v jednotlivých testových úlohách pro každé gymnázium a třídu uvádí příloha 27. Nejvyšší, resp. nejnižší hodnoty úspěšnost za gymnázia jsem pro přehlednost zvýraznila zeleně, resp. červeně. V úspěšnosti v jednotlivých úlohách jasně dominovalo

GV. Naopak největšího počtu nejnižších hodnot úspěšnosti v jednotlivých úlohách dosáhlo KG.

5.3.6 Srovnání výsledků didaktického testování žáků a dotazníkového šetření s učiteli

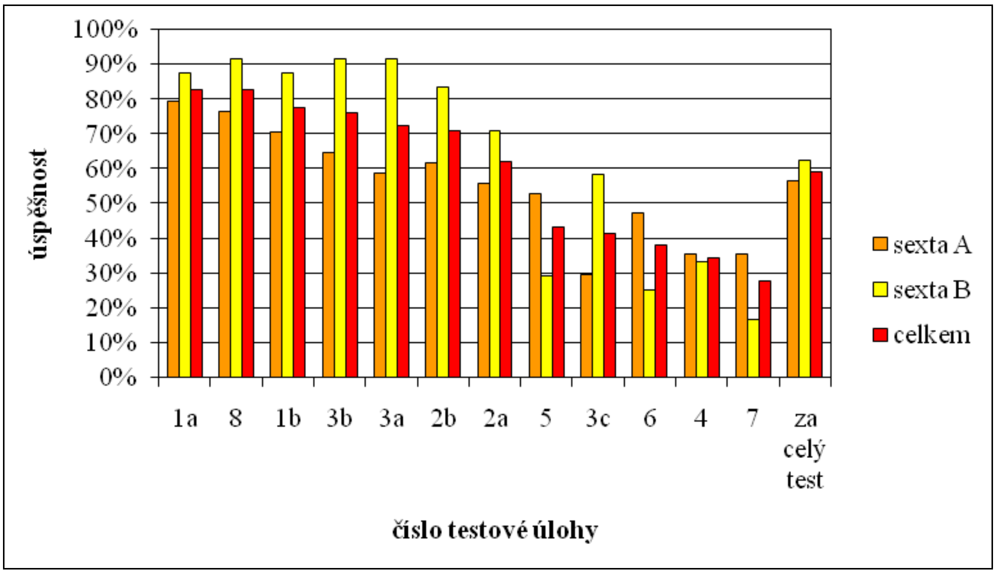
Gymnázium Jiřího Gutha-Jarkovského

Na GJGJ bylo testováno celkem 29 žáků dvou tříd osmiletého studia. Počet žáků byl tak nízký proto, že se zhruba polovina zúčastnila výběrového lyžařského výcviku. Obě třídy měly stejného učitele na zeměpis, ale různé učitelky na matematiku.

Základní statistické charakteristiky celkové úspěšnosti žáků i úspěšnosti jednotlivých tříd ukazuje tabulka v příloze 23. Průměrná úspěšnost gymnázia v didaktickém testu byla druhá největší (téměř 60 %), přestože je kartografie probírána při porovnání s ostatními gymnázii podstatně méně (o 4-5 hodin). Sexta B dopadla o něco lépe než sexta A (zhruba o 6 %), ale jak prokázal *F*-test, tak tento rozdíl není významný. Medián úspěšnosti je o 3,6 % větší než aritmetický průměr. To potvrzuje i hodnota minima, která je druhá nejmenší ze všech gymnázií. Gymnázium dosáhlo spolu s GV největšího maxima úspěšnosti (přes 95 %). Sexta A vykazuje nižší hodnoty minima i maxima než sexta B. Vysoká hodnota směrodatné odchylky naznačuje, že jsou hodnoty rozptýleny kolem aritmetického průměru více než při porovnání s ostatními gymnázii. Sexta A má dokonce největší směrodatnou odchylku ze všech tříd.

Graf 6 ukazuje úspěšnost tříd a celkovou úspěšnost v jednotlivých testových úlohách. Podle tabulky v příloze 27 dosáhlo gymnázium nejvyšší úspěšnosti ve třech úlohách (1a, 1b, 8) a druhé nejvyšší v šesti při porovnání s ostatními gymnázii a ani v jedné úloze nemělo nejnižší úspěšnost. Velmi nízký je i podíl žáků, kteří se do nějaké úlohy vůbec nepustili (nejvyšší je u úlohy 3c – asi 31 %). Důvodem úspěchu může být to, že se podle učitele zeměpisu v hodinách kartografie probírá veškeré učivo uvedené v dotazníku v položce 2b. Jak učitel zeměpisu, tak obě učitelky matematiky tvrdí, že s žáky počítají příklady týkající se zejména měřítek map. Učitel zeměpisu uvedl, že vedle toho vymýšlí příklady také na měření map. Ale žáci právě v těchto úlohách dosáhli nejhorších výsledků. Obě učitelky matematiky uvedly, že s žáky počítají příklady týkající se demografie a statistického zpracování dat, a to se zřejmě odrazilo i na výsledkách žáků v úloze 1, kde byla jejich úspěšnost nejvyšší ze všech gymnázií.

Graf 6: Úspěšnost GJGJ v jednotlivých testových úlohách za třídy i celkově



Zdroj: vlastní šetření

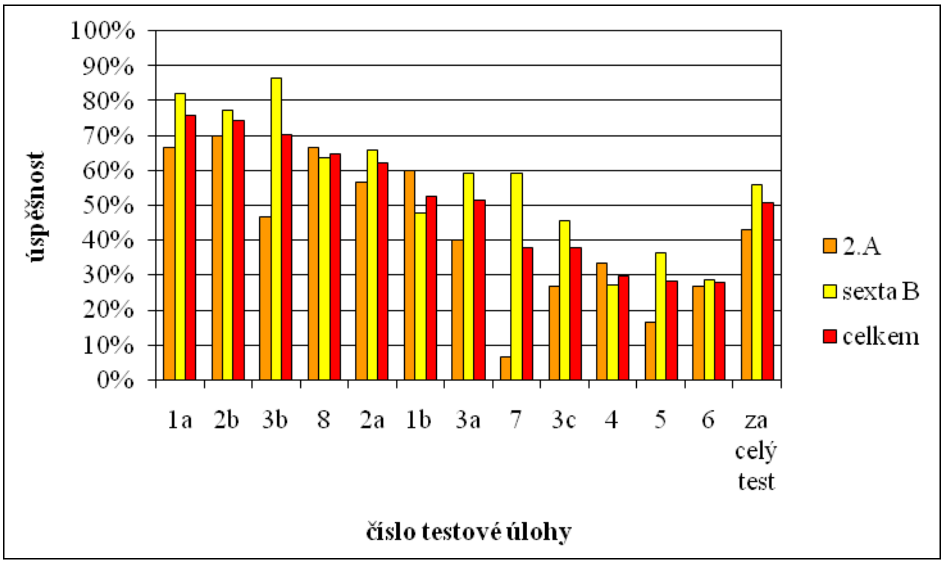
Gymnázium Jaroslava Heyrovského

Na GJH bylo testováno celkem 37 žáků dvou tříd. Jedna třída byla 2. ročníku čtyřletého studia a druhá šestého ročníku osmiletého studia. Opět byl počet žáků ve třídách nižší, než je obvyklé. Obě třídy měly stejné učitelky na zeměpis i na matematiku.

V základních statistických charakteristikách představuje gymnázium průměr ze zkoumaných gymnázií (viz příloha 23). Aritmetický průměr úspěšnosti o něco málo přesáhl 50 %, medián 54 %. Patrný je rozdíl mezi výsledky jednotlivých tříd, kdy sexta B dosahuje o téměř 13 % lepší průměrné úspěšnosti než 2. A. Důvodem jsou obecně lepší studijní výsledky žáků osmiletého studia oproti čtyřletému studiu. Přesto nulová hypotéza *F*-testu nebyla zamítnuta, takže tento rozdíl není tak významný. Minimum úspěšnost je u obou tříd přes 20 %, maximum přes 91 % je poměrně vysoké při porovnání s ostatními gymnázii. Směrodatná rozptylka 1,94 vypovídá o větším rozptýlení hodnot kolem aritmetického průměru.

Úspěšnost gymnázia v jednotlivých testových úlohách je průměrná (viz příloha 27). To může být ovlivněno za prvé tím, že počet hodin, ve kterých se probírá kartografie, je pouze 5, a za druhé tím, že učitelka matematiky s žáky příklady s kartografickou tématikou nepočítá skoro vůbec. Na první pohled je u některých úloh patrný velký rozdíl v úspěšnosti sexty B a 2. A (viz graf 7), který např. v úloze 7 přesahuje 21 %. Gymnázium dosáhlo nejnižší úspěšnosti ze všech gymnázií ve dvou úlohách a to v úloze 1a a 6. Je zajímavé, že u ostatních gymnázií se objevuje jako úloha s nejnižší úspěšností úloha 7, v tomto případě je to úloha 6, ve které se nic nepočítalo, a úlohy 4 a 5 s měřítky map. Opět se ukazuje, že i když učitelka příklady na měřítka map s žáky počítá, dosahují v nich nejhorších výsledků. Výsledek úlohy 6 určitě ovlivnilo to, že učitelka zeměpisu s žáky neprobírá kartografické projekce. V úloze 7 se využívá poznatků z trigonometrie, což je učivo, které jako jediné uvádí učitelka matematiky i ŠVP jako učivo s přesahem do zeměpisu.

Graf 7: Úspěšnost GJH v jednotlivých testových úlohách za třídy i celkově



Zdroj: vlastní šetření

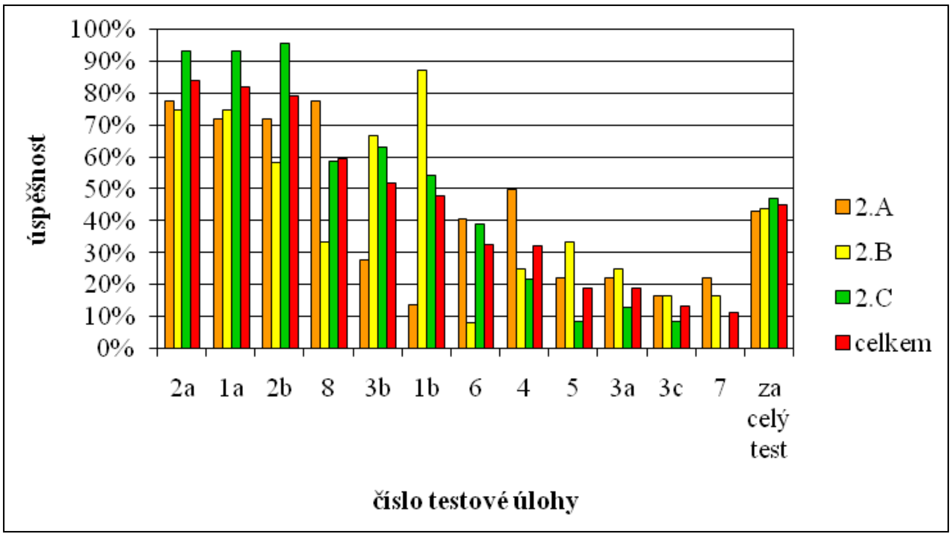
Gymnázium profesora Jana Patočky

Na GPJP bylo testováno 53 žáků tří tříd čtyřletého studia. Tři třídy byly testovány z důvodu vysoké absence žáků v 2. A a 2. B. Třídy vyučovaly na zeměpis dvě různé učitelky. Třídy 2. A a 2. B vyučovala učitelka s aprobací Ze-Bi, 2. C učitelka s aprobací Ze-Ma. Tatáž učitelka vyučovala všechny tři třídy na matematiku.

Hodnoty základních statistických ukazatelů úspěšnosti jsou lehce podprůměrné (viz příloha 23), přestože se kartografie probírá až 10 hodin, a vzhledem k zaměření učitelky na matematiku, které by mělo být v tomto ohledu přínosné. Aritmetický průměr úspěšnosti, stejně tak jako medián přesahují hodnotu 45 %. V obou těchto charakteristikách vykazuje nejvyšší hodnoty 2. C, což může mít za příčinu oborové zaměření učitelky (aprobace Ze-Ma). Minimální úspěšnost neklesla pod 20 % a maximální nepřesáhla 80 %. 2. C má opět minimální úspěšnost vyšší než zbylé dvě třídy, ale maximální úspěšnosti dosáhla 2. A. Směrodatná odchylka je nejnižší ze všech gymnázií, tzn., že jsou hodnoty úspěšnosti nejvíce nakupeny kolem aritmetického průměru, přičemž nejvíce jsou nakupeny v případě 2. A.

Gymnázium má v úspěšnosti v jednotlivých úlohách poměrně velké výkyvy (viz příloha 27). Na jedné straně dosahuje ve dvou úlohách nejvyšší úspěšnosti ze všech gymnázií, na druhé dosahuje ve třech úlohách nejnižší úspěšnosti. Jednalo se o úlohy 2a a 2b s nejvyšší úspěšností a o úlohy 3a, 5, 8 s nejnižší úspěšností. Úloha 3a představuje úlohu s měřením na mapě a výpočtu délky podle měřítka mapy. Ani jedna z učitelek neuvedla, že by v hodinách s žáky neprováděly měření délek, ani neprobíraly délkové měřítko mapy. Taktéž plošné měřítko, se kterým se počítá v úloze 5, se neobjevilo ani u jedné z učitelek jako učivo, které by neprobíraly. Učitelka s aprobací Ze-Ma pouze uvedla, že s žáky neprovádí měření ploch, což by mohlo mít vliv na výsledek, protože 2. C má nejnižší úspěšnost ze všech tříd. Kartografickou anamorfózu také tato učitelka neprobírá, ale výsledky úlohy 8 měla nejhorší třída 2. B, kterou vyučuje učitelka s aprobací Ze-Bi, a ta podle dotazníku toto učivo probírá. V rámci gymnázia vykazuje nejnižší úspěšnost úloha 7 (viz graf 8). Příčina může být v tom, že ani jedna učitelka s žáky neměří úhly na mapách. Třída 2. C dokonce vykazuje nulovou úspěšností. Přes 82 % žáků se ani nepustilo do řešení této úlohy. Nízkou úspěšnost mají všechny úlohy s měřítky map, i když opět obě učitelky tvrdí, že takové úlohy počítají s žáky nejvíce. Velké rozdíly mezi výsledky 2. A a 2. B, které učí na zeměpis i na matematiku stejné učitelky, jsou možná způsobeny nízkým počtem žáků ve třídách v době, kdy probíhalo testování.

Graf 8: Úspěšnost GPJP v jednotlivých testových úlohách za třídy i celkově



Zdroj: vlastní šetření

Gymnázium Voděradská

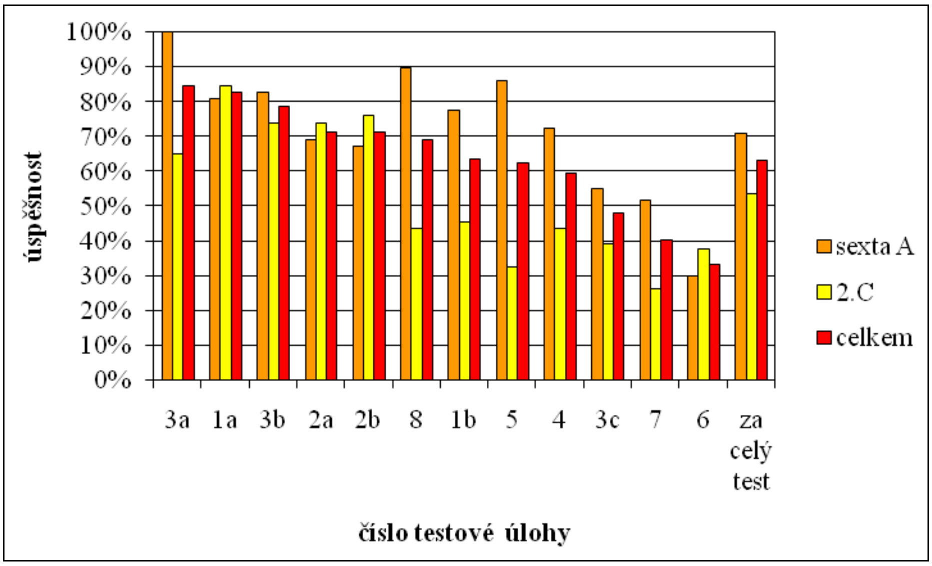
Na Gymnázium Voděradská bylo testováno 52 žáků dvou tříd. Jednalo se o třídu čtyřletého a o třídu osmiletého studia. Třídy na zeměpis i na matematiku vyučovaly různé učitelky.

V základních statistických charakteristikách dosahuje Gymnázium Voděradská nejlepších hodnot ze všech gymnázií – aritmetický průměr úspěšnosti i medián přes 60 %, minimální úspěšnost přes 20 % a maximální přes 95 % (viz příloha 23). Tento výsledek mohla ovlivnit hodinová dotace kartografie, která se pohybuje okolo 10 hodin i zkušenosti s integrovanou výukou, která na gymnáziu probíhá v rámci terénního cvičení.

Podstatný rozdíl je vidět ve výsledcích jednotlivých tříd, kdy sexta A dosahuje podstatně lepších výsledků než 2. C (viz graf 9). Aritmetický průměr úspěšnosti sexty A je o více než 13 % větší než u 2. C. Nemalý rozdíl je též patrný v dosažených hodnotách minima úspěšnosti (u sexty A více než 41 %). Také *F*-testem bylo prokázáno, že mezi výsledky tříd existuje jistý rozdíl. Na tento rozdíl měla dle mého názoru největší vliv nižší úroveň žáků čtyřletého studia oproti žákům víceletého studia, která je dle informací od učitelek tohoto gymnázia patrná ve většině předmětů. Vedle toho mohly mít značný vliv i učitelky zeměpisu a učitelky matematiky. Učitelka sexty A s aprobací Ze-Tv považuje kartografii za důležitou, zatímco učitelka 2. C s aprobací Ze-Čj za méně důležitou. Také učitelka matematiky 2. C uvedla, že s žáky nepočítá žádné příklady s kartografickou tématikou, zatímco učitelka sexty A příklady s tímto zaměřením počítá.

Graf 9 ukazuje úspěšnost v jednotlivých úlohách za třídy i za celé gymnázium. Gymnázium dosáhlo při porovnání s ostatními gymnázii nejvyšší úspěšnosti v šesti z 12 úloh. Navíc bylo v úspěšnosti ve zbylých šesti úlohách čtyřikrát na druhém místě a ani v jedné úloze nedosáhlo nejnižší úspěšnosti. Obě třídy se vyznačují nízkým podílem žáků, kteří se nepustili do řešení nějaké úlohy vůbec (jednalo se především o úlohu 3c). V úlohách, ve kterých se něco počítalo, byla jasně lepší sexta A, ve zbylých a v úloze 1a byla lepší 2. C. Učitelka zeměpisu 2. C uvedla, že vymýšlí příklady na procvičování zeměpisných souřadnic, a v úlohách týkajících se tohoto tématu byla 2. C lepší než sexta A. Dále učitelka uvedla, že s žáky neprobírá kartografickou anamorfózu a to se projevilo na výsledku třídy v úloze 8, kde je úspěšnost 2. C o více než 46 % menší než úspěšnost sexty A. Učitelka zeměpisu sexty A podle dotazníku vymýšlí příklady na tvorbu tematických map a to mohlo ovlivnit podstatně lepší výsledek třídy v porovnání s výsledkem 2. C v úloze 1b, kde se vytvářely diagramy. Při porovnání s ostatními gymnázii nebyla úloha s nejmenší úspěšností úloha 7, ale úloha 6. Dále se mezi úlohami s nízkou úspěšností opět objevují úlohy 3c, 4 a 5. Je zajímavé, že i když žáci dosáhli tak velkých úspěšností v úlohách 3a (sexta A dokonce 100 %) a 3b, úlohu 3c vyřešilo pouze 48 % žáků (29 % žáků se do úlohy vůbec nepouštělo).

Graf 9: Úspěšnost GV v jednotlivých testových úlohách za třídy i celkově



Zdroj: vlastní šetření

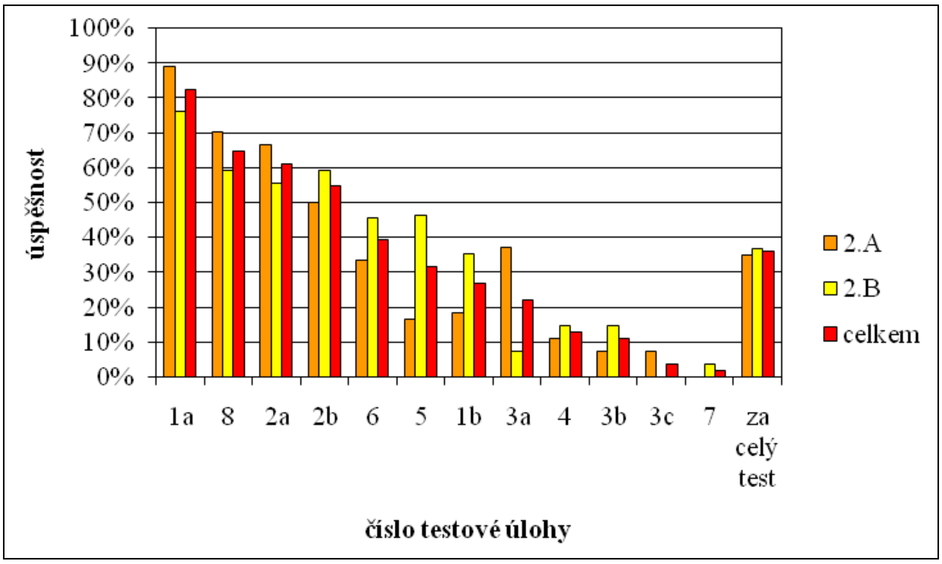
Karlínské gymnázium

Na KG bylo testováno 54 žáků dvou tříd čtyřletého studia. Obě třídy na zeměpis vyučuje stejný učitel, na matematiku jsou to dva různí učitelé.

Gymnázium se vyznačuje při porovnání s ostatními gymnázii nejnižšími hodnotami základních statistických charakteristik úspěšnosti (viz příloha 23). Aritmetický průměr i medián překračují o něco málo hodnotu 35 %. Minimum úspěšnosti 12,5 %, stejně tak jako maximum úspěšnosti 62,5 % jsou nejnižšími hodnotami mezi gymnázii. Příčina může v tom, že učitel zeměpisu probírá kartografii ve třídách pouze 6 hodin a navíc ji ani nepovažuje za důležitou. Nízká hodnota směrodatné odchylky naznačuje větší nakupení hodnot kolem aritmetického průměru. Obě třídy dosahují srovnatelných výsledků, což prokázal také *F*-test (viz příloha 24).

Úspěšnost v jednotlivých úlohách je také nejnižší ze všech gymnázií (viz příloha 27). KG mělo nejnižší úspěšnost celkem v sedmi úlohách z 12 a druhou nejnižší ve dvou úlohách. Pouze v úloze 6 byli žáci KG úspěšnější než žáci ostatních gymnázií. Nejnižší úspěšnost měly v rámci gymnázia úlohy 7, 3c a 3b (viz graf 10). Učitel zeměpisu uvedl, že s žáky neprobírá měření na mapách, ani zkreslení. Je zajímavé, že žáci byli úspěšnější v úloze 5 než v úloze 4, i když podle dotazníku učitel zeměpisu příklady na délkové měřítko počítá a na plošné ne. Učitelka matematiky 2. B tvrdí, že s žáky počítá zejména příklady na měřítka map, učitel matematiky 2. A také, ale dodává, že velmi málo. To se možná projevilo na výsledcích tříd v úlohách 4 a 5. Celkově je vidět, že žákům se nedařilo v příkladech, které byly početně náročnější, a že se do řady příkladů vůbec nepustili. Jednalo se zejména o úlohy 3, 4 a 5. Úlohu 3a ani nezačalo počítat 54 % žáků, úlohu 3b 78 % žáků a úlohu 3c dokonce 83 % žáků. V případě úloh 4 a 5 dosáhl podíl těchto žáků 55 %.

Graf 10: Úspěšnost KG v jednotlivých testových úlohách za třídy i celkově



Zdroj: vlastní šetření

Při porovnání dotazníkového šetření s učiteli a výsledků didaktického testování žáků jsem došla k závěru, že přístup učitelů k výuce z pohledu mezipředmětového vztahu kartografie a matematiky hrál jistou roli ve výsledcích didaktických testů.[23] Výsledek didaktického testu ovlivnilo zejména množství probíraného učiva, počítání příkladů s různou tematikou a časová dotace tematického celku kartografie.

Nejlépe dopadla gymnázia, jejichž učitelé zeměpisu probírají všechno nebo většinu učiva významného z hlediska propojení kartografie a matematiky (viz příloha 14, položka 2b) a počítají v hodinách různé příklady s kartografickou tématikou. Jednalo se o GV a GJGJ. Navíc na GJGJ příznivě působily také učitelky matematiky, které uvedly, že se

[23] Samozřejmě nelze opomenout vliv úrovně jednotlivých tříd i jednotlivých škol.

matematiku snaží aplikovat i na zeměpisné učivo a jmenovaly hned několik konkrétních příkladů včetně aplikací do kartografie.

Možným důvodem toho, proč dosáhlo GV lepšího výsledku, by mohla být nižší hodinová dotace tematického celku Kartografie na GJGJ. Nízká hodinová dotace se také mohla projevit na velmi slabém výsledku KG. Učitel zeměpisu považuje kartografii za méně důležitou a s žáky probírá jen malý zlomek učiva. K němu se přidal i jeden z učitelů matematiky, který se příliš nesnaží aplikovat matematiku v jiných vědních oborech a integrované výuce matematiky a zeměpisu není příliš nakloněn.

Výsledky didaktického testování téměř vůbec neovlivnily zkušenosti s integrovanou výukou. Na školách, na kterých probíhá, by dle mého názoru musela probíhat častěji, aby se to odrazilo ve výsledcích testu.

6 Sbírka úloh

Obsahová analýza zkoumaného vzorku učebnic zeměpisu a výsledky dotazníkového šetření mezi učiteli ukázaly, že některé učebnice, a to především ty novější, postrádají úlohy vhodné z hlediska aplikace matematických dovedností v kartografii. Učitelé tedy nemají k dispozici žádný vhodný zdroj těchto úloh a musí si vymýšlet příklady vlastní. Přitom právě na konkrétních početních příkladech s kartografickou tématikou je nejlépe vidět vzájemné propojení kartografie a matematiky, jelikož se při jejich řešení bez použití nejrůznějších matematických metod žáci neobejdou. Z toho důvodu byla vytvořena tato sbírka úloh.

Sbírkou rozšiřuji sbírku úloh ze své bakalářské práce o početní úlohy z tematických oblastí kartografie, kterým se podrobněji věnuji v kapitole 3.4. Sbírka je rozdělena na dvě části. První část tvoří zadání úloh. Druhá část pak obsahuje klíč k jejich řešení, který taktéž téměř všechny zkoumané učebnice zeměpisu postrádaly a který považuji za velice důležitou součást každé sbírky úloh.

Sbírka je určena především studentům středních škol, čemuž odpovídá také náročnost samotných úloh. Matematické dovednosti potřebné ke zdárnému vypočítání úloh jsou pro jednotlivé tematické oblasti kartografie uvedeny v tabulce 6. Sbírka nemusí nacházet uplatnění pouze v hodinách zeměpisu a může sloužit také jako ukázka aplikace matematických dovedností v hodinách matematiky (Leipertová 2010).

6.1 Zadání úloh

Tvar a velikost Země

1) Vypočítejte délku rovníku a délku poledníkové kružnice. Předpokládejte, že má Země tvar Besselova elipsoidu.

2) Vypočítejte zploštění a excentricitu Země s rovníkovým průměrem 12 756 km a poledníkový průměrem 12 713 km.

3) Vypočítejte povrch a objem Země. Předpokládejte, že má Země tvar referenčního elipsoidu WGS 84.

4) Vypočítejte hmotnost Země s průměrnou hustotou 5 515 kg/m^3. Předpokládejte, že má Země tvar referenční koule s poloměrem 6 371 km.

5) Odvoďte poloměr referenční koule, která má s referenčním elipsoidem IAG 1967 (a = 6 378 160 m, b = 6 356 774,516 m)

a) stejný povrch,

b) stejný objem.

6) Vypočítejte délku 45. rovnoběžky na referenční kouli s poloměrem 6 371 km.

7) Do tabulky doplňte zeměpisnou šířku a délku významných rovnoběžek. Předpokládejte, že má Země tvar referenční koule o poloměru 6 371 km.

rovnoběžka	zeměpisná šířka rovnoběžky	délka rovnoběžky (km)
severní polární kruh		
obratník Raka		
rovník		
obratník Kozoroha		
jižní polární kruh		

8) Určete, která rovnoběžka má délku 20 015 km. Předpokládejte, že má Země tvar referenční koule s poloměrem 6 371 km.

9) Vypočítejte délku poledníkového oblouku mezi rovníkem a obratníkem Kozoroha na referenční kouli s poloměrem 6 371 km.

10) Vypočítejte délku poledníkového oblouku mezi rovníkem a 50. rovnoběžkou na referenční kouli s poloměrem 6 371 km.

11) Vypočítejte nejkratší vzdálenost mezi městy Los Angeles a Montreal. Předpokládejte, že má Země tvar referenční koule s poloměrem 6 371 km. Zeměpisné souřadnice zadaných měst vyhledejte na internetu.

12) Vypočítejte nejkratší vzdálenost mezi Kapským městem a Tokiem. Předpokládejte, že má Země tvar referenční koule s poloměrem 6 371 km. Zeměpisné souřadnice zadaných měst vyhledejte na internetu.

Zkreslení map

1) Do tabulky doplňte délky vypočítané z délkových měřítek map a délkové zkreslení map.

délkové měřítko mapy	**délka**			**délkové zkreslení**
	naměřená na mapě	**vypočítaná z měřítka mapy**	**na referenční kouli**	
1:200 000	15,5 cm		32,5 km	
1:1 500 000	84 mm		126 km	
1:80 000 000	1,25 dm		16 000 km	

2) Vypočítejte délku nultého poledníku podle mapy světa ve školním atlase světa a na referenční kouli s poloměrem 6 371 km. Na daném poledníku určete délkové zkreslení mapy.

3) Vypočítejte délku 60. rovnoběžky podle mapy světa ve školním atlase světa a na referenční kouli s poloměrem 6 371 km. Na dané rovnoběžce určete délkové zkreslení mapy.

4) Vypočítejte délku 30. rovnoběžky podle mapy světa ve školním atlase světa a na referenční kouli s poloměrem 6 371 km. Na dané rovnoběžce určete délkové zkreslení mapy.

5) Vypočítejte délku 15. poledníku mezi 40. a 50. rovnoběžkou podle mapy Evropy ve školním atlase světa a na referenční kouli s poloměrem 6 371 km. Na daném poledníku určete délkové zkreslení mapy.

6) Do tabulky doplňte plochy vypočítané z plošných měřítek map a plošné zkreslení map.

plošné měřítko mapy	**plocha**			**plošné zkreslení**
	naměřená na mapě	**vypočítaná z měřítka mapy**	**na referenční kouli**	
1: 3 600 000 000	0,2 dm^2		9 km^2	
1:10 000 000 000	65 cm^2		112 km^2	
1:22 500 000 000	580 mm^2		13,05 km^2	

7) Doplňte úhlové zkreslení map pro dané úhly.

velikost úhlu		**úhlové zkreslení**
na mapě	**na referenční kouli**	
42° 15′	46° 02′	
89° 36′	91° 22′	
56° 01′	65° 48′	

Kartografická zobrazení

1) Sestrojte zeměpisnou síť severní polokoule v Postelově zobrazení v normální poloze na základě vlastností obrazů rovnoběžek bez použití zobrazovacích rovnic.

2) Sestrojte zeměpisnou síť světa ve čtvercovém zobrazení v normální poloze na základě vlastností obrazů rovnoběžek a poledníků bez použití zobrazovacích rovnic.

3) Sestrojte zeměpisnou síť severní polokoule v Ptolemaiově zobrazení v normální poloze pro 60. rovnoběžku, je-li poloměr zobrazovaného glóbu 4 cm. Využijte vlastností obrazů rovnoběžek a poledníků.

4) Sestrojte zeměpisnou síť severní polokoule ve stereografickém zobrazení v normální poloze, je-li poloměr zobrazovaného glóbu 4,5 cm.

5) Sestrojte zeměpisnou síť světa v Lambertově válcovém zobrazení v normální poloze, je-li poloměr zobrazovaného glóbu 4,3 cm.

6.2 Klíč k řešení úloh

Tvar a velikost Země

1) Pro Besselův elipsoid jsou a = 6 377 397,155 m, b = 6 356 078,963 m.

Délka rovníku: o = 2.π.a = 2.π.6 377 397,155 $\doteq$ 40 070 367 m = 40 070,367 km $\doteq$ 40 070 km.

Délka poledníkové kružnice: o = 2.π.b = 2.π. 6 356 078,963 $\doteq$ 39 936 421 m = 39 936,421 km $\doteq$ 39 936 km.

2) Ze zadání: d_R = 12 756 km, d_P = 12 715 km.

Zploštění: $i = \dfrac{d_R - d_P}{d_R} = \dfrac{12756 - 12713}{12756} = \dfrac{43}{12756} = \dfrac{1}{296{,}65}$.

Excentricita: $e = \sqrt{\dfrac{{d_R}^2 - {d_P}^2}{{d_R}^2}} = \sqrt{\dfrac{12756^2 - 12713^2}{12756^2}} = \sqrt{0{,}00673} = 0{,}082$.

3) Ze zadání: a = 6 378 137 m = 6 378,137 km $\doteq$ 6 378 km, b = 6 356 752,314 m = 6 356,752314 km $\doteq$ 6 356 km. Povrch Země: $S_Z = \dfrac{4}{3}\pi(2a^2 + b^2) = \dfrac{4}{3}\pi(2.6378^2 + 6356^2)$ $\doteq$ 510 012 451 km.

Objem Země: $V_Z = \dfrac{4}{3}\pi a^2 b = \dfrac{4}{3}\pi.6378^2.6356 \doteq$ 1 083 032 595 704 km^3.

4) Ze zadání: ρ_Z = 5 515 kg/m^3.

Objem Země: $V_Z = \dfrac{4}{3}\pi R^3 = \dfrac{4}{3}\pi.6371^3 \doteq$ 1 083 206 916 846 km^3 $\doteq$ 1 083.10^9 km^3 = 1 083.10^{18} m^3.

Hmotnost Země: $m_Z = V_Z.\rho_Z =$ 5 515.1 083.10^{18} = 5 972 745.10^{18} $\doteq$ 5 973.10^{21} kg.

5) Ze zadání: a = 6 378 160 m, b = 6 356 774.516 m.

a) $R = \sqrt{\dfrac{2a^2 + b^2}{3}} = \sqrt{\dfrac{2.6378160^2 + 6356774{,}516^2}{3}} \doteq$ 6 371 039 m = 6 371,039 km.

b) $R = \sqrt[3]{6378160^2.6356774{,}516} \doteq$ 6 371 024 m = 6 371,024 km

6) Ze zadání: φ = 45°, R = 6371 km. Délka 45. rovnoběžky: $l = 2\pi R\cos\varphi$ =

$$2.\pi.6371.\cos(45°) = 2.\pi.6371.\frac{\sqrt{2}}{2} \doteq 28\,305{,}607 \text{ km.}$$

7) Ze zadání: R = 6 371 km.

Severní polární kruh: φ = 66,5° s. š., $l = 2\pi R\cos\varphi$ = 2.π.6 371.cos(66,5°) $\doteq$ 15 962 km.

Obratník Raka: φ = 23,5° s. š., $l = 2\pi R\cos\varphi$ = 2.π.6 371.cos(23,5°) $\doteq$ 36 710 km.

Rovník: φ = 0°, $l = 2\pi R\cos\varphi$ = 2.π.6 371.cos(0°) $\doteq$ 40 030 km.

Obratník Kozoroha: φ = 23,5° j. š., $l = 2\pi R\cos\varphi$ = 2.π.6 371.cos(-23,5°) $\doteq$ 36 710 km.

Jižní polární kruh: φ = 66,5° j. š., $l = 2\pi R\cos\varphi$ = 2.π.6 371.cos(-66,5°) $\doteq$ 15 962 km.

rovnoběžka	**zeměpisná šířka rovnoběžky**	**délka rovnoběžky (km)**
severní polární kruh	*66,5° s. š.*	*15 962*
obratník Raka	*23.5° s. š.*	*36 710*
rovník	*0°*	*40 030*
obratník Kozoroha	*23.5° j. š.*	*36 710*
jižní polární kruh	*66,5° j. š.*	*15 962*

8) Ze zadání: l = 20 015 km. Zeměpisná šířka φ hledané rovnoběžky je řešením goniometrické rovnice: $\cos\varphi = \frac{l}{2\pi R} = \frac{20015}{2.\pi.6371} \doteq 0{,}5$, φ = 60°.

9) Ze zadání: φ = 23,5°, R = 6 371 km. Délka poledníkového oblouku:

$$y = \frac{\varphi\pi R}{180°} = \frac{20015.23{,}5°}{180°} \doteq 2\,613 \text{ km.}$$

10) Ze zadání: φ = 50°, R = 6 371 km. Délka poledníkového oblouku:

$$y = \frac{\varphi\pi R}{180°} = \frac{20015.50°}{180°} \doteq 5\,560 \text{ km.}$$

11) A = Los Angeles: 34,05° s. š., 118,25° z. d., B = Montreal: 45,5° s. š., 73,55° z. d.,

$\Delta\lambda = \lambda_A - \lambda_B$ = -118,25° - (-73,55°) = -44,7°. Délka ortodromy Δ v úhlové míře:

$\cos\Delta = \sin\varphi_A.\sin\varphi_B + \cos\varphi_A.\cos\varphi_B.\cos\Delta\lambda$ = sin(34,05°).sin(45,5°) + cos(34,05°).cos(45,5°).cos(-44,7°) $\doteq$ 0,81, Δ $\doteq$ 35,9°. Délka ortodromy Δ v obloukové míře: $|AB| = \frac{\Delta\pi R}{180°} = \frac{6371.\pi.35{,}9°}{180°} \doteq$ 3 992 km.

12) A = Kapské Město: 33,98° j. š., 18,42° v. d, B = Tokio: 35,67° s. š. 139,75° v. d., $\Delta\lambda = \lambda_A - \lambda_B$ = 18,42°- 139,75°= -121,33°. Délka ortodromy Δ v úhlové míře: $\cos\Delta = \sin\varphi_A.\sin\varphi_B + \cos\varphi_A.\cos\varphi_B.\cos\Delta\lambda$ =

sin(- 33,98°).sin(35,67°) + cos(33,98°).cos(35,67°).cos(-121,33°) $\doteq$ -0,676, Δ $\doteq$ 132,5°.

Délka ortodromy Δ v obloukové míře: $|AB| = \frac{\Delta\pi R}{180°} = \frac{6371.\pi.132{,}5°}{180°} \doteq$ 14 733 km.

Zkreslení map

1) Ze zadání: $d_1' = 15{,}5.2.10^5 = 31.10^5 cm \; = 31$ km, d_1 = 32,5 km. Délkové zkreslení mapy na přímce $d_1' : k_{d_1} = \frac{d_1'}{d_1} = \frac{31}{32{,}5} \doteq 0{,}954$.

Ze zadání: $d_2' = 8{,}4.15.10^5 = 126.10^5 cm \; = 126$ km, d_2 = 126 km Délkové zkreslení mapy na přímce d_2': $k_{d_2} = \frac{d_2'}{d_2} = \frac{126}{126} = 1$.

Ze zadání: $d_3' = 12{,}5.8.10^7 = 10^9 cm \; = 10^4$ km, d_3 = 1,6.10^4 km Délkové zkreslení mapy na přímce d_3': $k_{d_3} = \frac{d_3'}{d_3} = \frac{10^4}{1{,}6.10^4} \doteq 0{,}625$.

délkové měřítko mapy	**délka**			**délkové zkreslení**
	naměřená na mapě	**vypočítaná z měřítka mapy**	**na referenční kouli**	
1:200 000	15,5 cm	*31 km*	32,5 km	*0,954*
1:1 500 000	84 mm	*126 km*	126 km	*1*
1:80 000 000	1,25 dm	*10 000 km*	16 000 km	*0,625*

2) Ze zadání: R = 6 371 km. Měřítko mapy světa ve školním atlase světa: 1:80 000 000. Délka nultého poledníku naměřená na mapě světa ve školním atlase světa: 21,5cm. Délka nultého poledníku vypočítaná z měřítka mapy světa:

d' = 21,5.80 000 000 = 1 720 000 000 cm = 17 200 km

Délka nultého poledníku na referenční kouli: $d = \frac{2\pi R}{2}$ = 6 371.π = 20 015 km.

Délkové zkreslení mapy světa na nultém poledníku: $k_d = \frac{d'}{d} = \frac{17200}{20015} \doteq 0{,}859.$

3) Ze zadání: R = 6 371 km, φ = 60°. Měřítko mapy světa ve školním atlase světa: 1:80 000 000. Délka 60. rovnoběžky naměřená na mapě světa ve školním atlase světa: 24 cm. Délka 60. rovnoběžky vypočítaná z měřítka mapy světa:

d' = 24.80 000 000 = 1 920 000 000 cm = 19 200 km

Délka 60. rovnoběžky na referenční kouli: $d = 2\pi R \cos\varphi = 2.\pi.6371.\cos 60° =$ 20 015 km.

Délkové zkreslení mapy světa na 60. rovnoběžce: $k_d = \frac{d'}{d} = \frac{19200}{20015} \doteq 0{,}959.$

4) Ze zadání: R = 6 371 km, φ = 30°. Měřítko mapy světa ve školním atlase světa: 1:80 000 000. Délka 30. rovnoběžky naměřená na mapě světa ve školním atlase světa: 40,5 cm. Délka 30. rovnoběžky vypočítaná z měřítka mapy světa:

d' = 40,5.80 000 000 = 3 240 000 000 cm = 32 400 km

Délka 30. rovnoběžky na referenční kouli: $d = 2\pi R \cos\varphi = 2.\pi.6371.\cos 30° \doteq$ 34 667 km.

Délkové zkreslení mapy světa na 30. rovnoběžce: $k_d = \frac{d'}{d} = \frac{32400}{34667} \doteq 0{,}935.$

5) Ze zadání: R = 6 371 km, φ = 50° - 40° = 10°.

Měřítko mapy Evropy ve školním atlase světa: 1:15 000 000. Délka 15. poledníku mezi 40. a 50. rovnoběžkou naměřená na mapě Evropy ve školním atlase světa: 7,4 cm. Délka 15. poledníku mezi 40. a 50. rovnoběžkou vypočítaná z měřítka mapy Evropy: d' = 7,4.15 000 000 = 111 000 000 cm = 1 110 km.

Délka 15. poledníku mezi 40. a 50. rovnoběžkou na referenční kouli:

$$d = \frac{\varphi\pi R}{180°} = \frac{20015.10°}{180°} \doteq 1\,112 \text{ km.}$$

Délkové zkreslení mapy Evropy na 15. poledníku: $k_d = \frac{d'}{d} = \frac{1110}{1112} \doteq 0{,}998.$

6) Ze zadání: $p_1' = 20.3{,}6.10^9 = 7{,}2.10^{10} cm^2 = 7{,}2$ km^2, p_1 = 9 km^2. Plošné zkreslení mapy na ploše $p_1' : k_{p_1} = \frac{p_1'}{p_1} = \frac{7{,}2}{9} = 0{,}8.$

Ze zadání: $p_2' = 65.10^{10} = 65.10^{10} cm^2 = 65$ km^2, p_2 = 112 km^2 Plošné zkreslení mapy na ploše p_2': $k_{p_2} = \frac{p_2'}{p_2} = \frac{65}{112} \doteq 0{,}58.$

Ze zadání: $p_3' = 5{,}8.22{,}5.10^9 = 13{,}05.10^{10} cm^2 = 13{,}05$ km^2, p_3 = 13,05 km^2. Plošné zkreslení mapy na ploše p_3': $k_{p_3} = \frac{p_3'}{p_3} = \frac{13{,}05}{13{,}05} \doteq 1.$

plošné měřítko mapy	**plocha**			**plošné zkreslení**
	naměřená na mapě	**vypočítaná z měřítka mapy**	**na referenční kouli**	
1: 3 600 000 000	0,2 dm^2	*7,2 km^2*	9 km^2	*0,8*
1:10 000 000 000	65 cm^2	*65 km^2*	112 km^2	*0,58*
1:22 500 000 000	580 mm^2	*13,05 km^2*	13,05 km^2	*1*

7) Ze zadání: $\alpha_1' = 46°02', \alpha_1 = 42°15'.$

Úhlové zkreslení mapy pro úhel α_1': $k_{u_1} = \alpha_1' - \alpha_1 = 46°02' - 42°15' = 3°47'.$

Ze zadání: $\alpha_2' = 91°22', \alpha_2 = 89°36'.$

Úhlové zkreslení mapy pro úhel α_2': $k_{u_2} = \alpha_2' - \alpha_2 = 91°15' - 89°36' = 1°46'.$

Ze zadání: $\alpha_3' = 65°48', \alpha_3 = 56°01'.$

Úhlové zkreslení mapy pro úhel α_3': $k_{u_3} = \alpha_3' - \alpha_3 = 65°48' - 56°01' = 9°47'.$

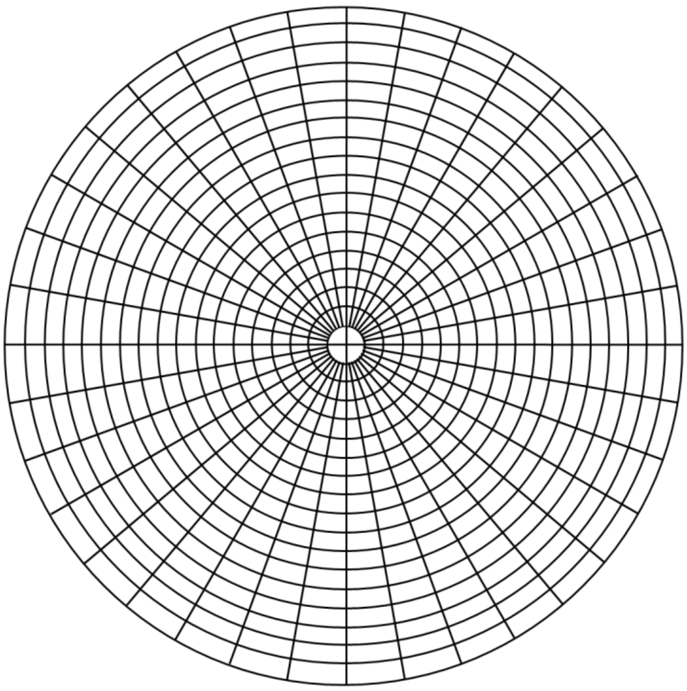
velikost úhlu		úhlové zkreslení
na mapě	**na referenční kouli**	
42° 15′	46° 02′	*3° 47′*
89° 36′	91° 22′	*1° 46′*
56° 01′	65° 48′	*9° 47′*

Kartografická zobrazení

1) Využijeme následující vlastnost obrazů rovnoběžek: Vzdálenosti obrazů rovnoběžek se směrem od pólu k rovníku nemění. Vhodně zvolíme poloměry ρ soustředných kružnic zobrazujících rovnoběžky:

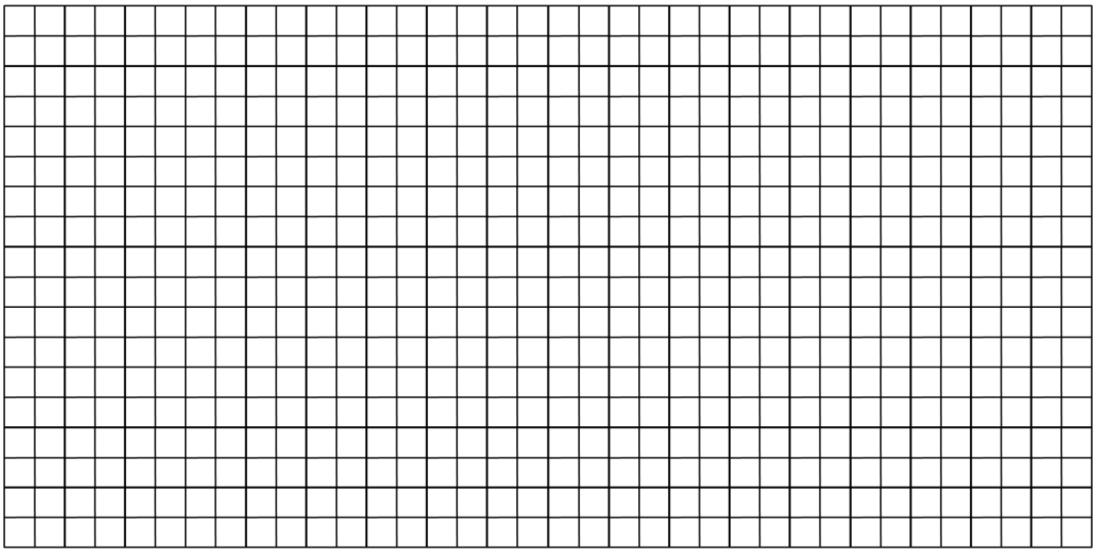
φ	0°	10°	20°	30°	40°	50°	60°	70°	80°	90°
ρ	9 cm	8 cm	7 cm	6 cm	5 cm	4 cm	3 cm	2 cm	1 cm	0 cm

Pomocí kružítka sestrojíme soustředné kružnice s poloměry ρ se středem v počátku soustavy souřadnic (v obrazu pólu). Obraz základního poledníku ztotožníme se souřadnicovou osou y a pomocí úhloměru nanášíme v pravidelném intervalu 10° zbývající poledníky.



Poznámka: Zmenšeno v poměru 2:1.

2) Využijeme následující vlastnost obrazů rovnoběžek: Vzdálenosti obrazů rovnoběžek se směrem od pólu k rovníku nemění. Tzn., že jednotlivá pole zeměpisné sítě jsou tvaru čtverce. Vhodně zvolíme délku obrazů rovnoběžek (28,8 cm) a poledníků (14,4 cm) a sestrojíme obdélník o délce 28,8 cm a šířce 14,4 cm, který představuje obraz celé zeměpisné sítě. Délku obdélníku rozdělíme na 36 dílků a narýsujeme obrazy poledníků. Šířku obdélníku rozdělíme na 18 dílků a narýsujeme obrazy rovnoběžek.



Poznámka: Zmenšeno v poměru 2:1.

3) Využijeme následující vlastnost obrazů rovnoběžek: Vzdálenosti obrazů rovnoběžek se směrem od pólu k rovníku nemění. Vyhledáme zobrazovací rovnici Ptolemaiova zobrazení. Ze zadání víme: r = 4 cm, δ_0 = 60 °. Dosazením do zobrazovací rovnice vypočítáme poloměry ρ kruhových oblouků zobrazujících pól a rovník:

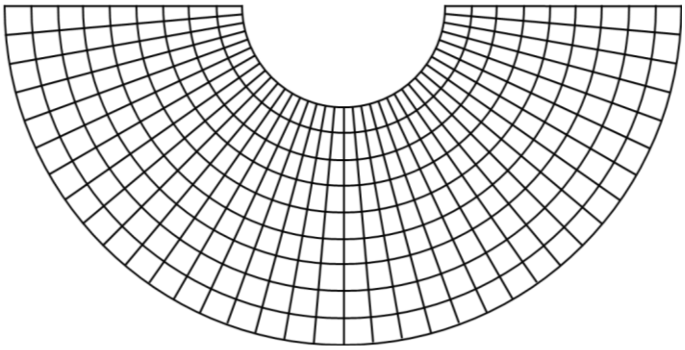
$$\rho_{90^\circ} = 4 \cdot \left[tg\,60^\circ + \frac{(0^\circ - 60^\circ)\cdot \pi}{180^\circ} \right] \doteq 2{,}7\,\text{cm}, \quad \rho_{0^\circ} = 4 \cdot \left[tg\,60^\circ + \frac{(90^\circ - 60^\circ)\cdot \pi}{180^\circ} \right] \doteq 9\,\text{cm}.$$

Určíme vzdálenost d obrazů rovnoběžek. Ta se získá jako rozdíl poloměrů obrazů pólu a rovníku vydělený počtem rovnoběžek: $d = \dfrac{9 - 2{,}7}{9} = 0{,}7\,\text{cm}$.

Pomocí vzdálenosti obrazů rovnoběžek vypočítáme poloměry zbylých kruhových oblouků:

φ	0°	10°	20°	30°	40°	50°	60°	70°	80°	90°
ρ	9 cm	8,3 cm	7,6 cm	6,9 cm	6,2 cm	5,5 cm	4,8 cm	4,1 cm	3,4 cm	2,7 cm

Dosadíme do zobrazovací rovnice pro λ' krajní hodnoty zeměpisných délek poledníků: $\lambda'_{180°} = 180°.\cos 60° = 90°, \lambda'_{-180°} = -180°.\cos 60° = -90°.$ Narýsujeme ramena úhlu, která omezují kruhovou výseč zeměpisné sítě. Kruhovou výseč rozdělíme úhloměrem rovnoměrně na 18 dílků. Pomocí kružítka sestrojíme obrazy rovnoběžek. Nakonec narýsujeme obrazy poledníků.

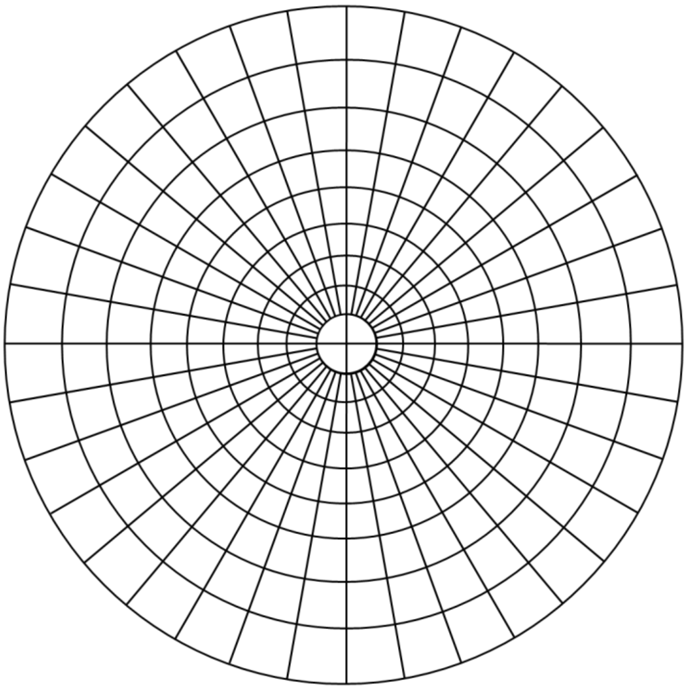


Poznámka: Zmenšeno v poměru 2:1.

4) Vyhledáme zobrazovací rovnici stereografického zobrazení. Ze zadání víme: r = 4,5 cm. Dosazením do zobrazovací rovnice pro ρ vypočítáme poloměry soustředných kružnic zobrazujících rovnoběžky:

φ	0°	10°	20°	30°	40°	50°	60°	70°	80°	90°
ρ	9 cm	7,6 cm	6,3 cm	5,2 cm	4,2 cm	3,3 cm	2,4 cm	1,6 cm	0,7 cm	0 cm

Pomocí kružítka sestrojíme soustředné kružnice s poloměry ρ se středem v počátku soustavy souřadnic (v obrazu pólu). Obraz základního poledníku ztotožníme se souřadnicovou osou y a pomocí úhloměru nanášíme v pravidelném intervalu 10° zbývající poledníky.



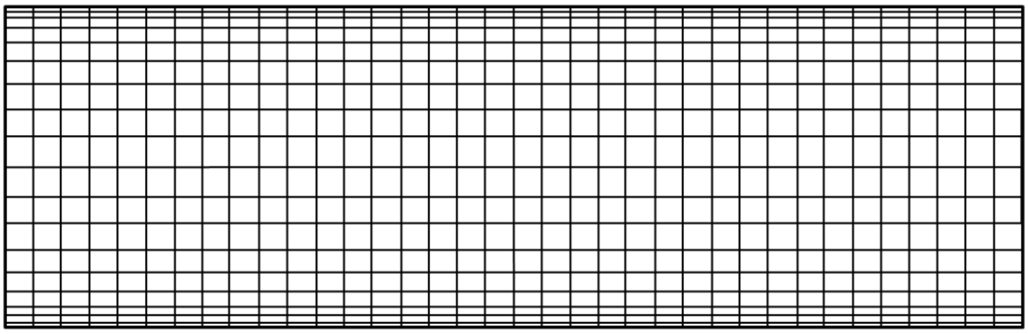
Poznámka: Zmenšeno v poměru 2:1.

5) Vyhledáme zobrazovací rovnici Lambertova zobrazení. Ze zadání víme: r = 4,3 cm. Dosazením krajních hodnot rovnoběžek a poledníku do zobrazovací rovnice získáme délku obrazů rovnoběžek a poledníků. Délka obrazů rovnoběžek: $2.\pi.r = 2.\pi.4{,}3 \doteq 27$ cm. Délka obrazů poledníku: $2.r = 2.4{,}3 = 8{,}6$ cm. Sestrojíme obdélník s délkou 27 cm a šířkou 8,6 cm. Obdélník umístíme do středu soustavy souřadnic. Šířku obdélníku rovnoměrně rozdělíme na 36 dílků a narýsujeme obrazy poledníků. Dosazením do zobrazovací rovnice pro y vypočítáme vzdálenosti obrazů rovnoběžek od rovníku:

φ	0°	10°	20°	30°	40°	50°	60°	70°	80°	90°
y	0 cm	0,8 cm	1,5 cm	2,2 cm	2,8 cm	3,3 cm	3,7 cm	4 cm	4,2 cm	4,3 cm

Poznámka: Pro záporné hodnoty zeměpisných šířek φ se liší hodnoty y opačným znaménkem.

Obraz rovníku ztotožníme se souřadnicovou osou x. Obrazy zbylých rovnoběžek naneseme od rovníku směrem k pólům v odpovídajících vzdálenostech.



Poznámka: Zmenšeno v poměru 2:1.

7 Závěr

Hlavním cílem mé diplomové práce bylo analyzovat vztah geografie, přesněji jednoho z jejích tematických celků – kartografie, a matematiky, jakožto školních předmětů, a to ve třech rovinách: jednak v rovině zamýšleného kurikula, dále v rovině realizovaného kurikula v poslední řadě v rovině dosaženého kurikula.

V rovině zamýšleného kurikula jsem podrobně prostudovala koncepční i projektové dokumenty. V Bílé knize se píše o mezipředmětových vztazích na velice obecné úrovni, nicméně je jedním z cílů reformy školství podporovat projektovou výuku a různé formy mezipředmětové integrace. V RVP G je mezipředmětový vztah zeměpisu a matematiky zmiňován také velmi obecně a to v charakteristikách vzdělávacích oblastí Člověk a příroda a Matematika a její aplikace. V obou těchto charakteristikách se pokládá za důležité, aby žáci nebyli vázáni bariérami mezi předměty a uměli propojovat poznatky z různých oblastí lidské činnosti. Konkrétně v jednotlivých vzdělávacích oborech vazby na jiné vzdělávací obory uvedeny nejsou.

Dále jsem mezioborový vztah kartografie a matematiky zjišťovala v ŠVP pěti vybraných pražských gymnázií – Gymnázia Jiřího Gutha-Jarkovského, Gymnázia Jaroslava Heyrovského, Gymnázia profesora Jana Patočky, Gymnázia Voděradská a Karlínského gymnázia. RVP G dává školám možnost integrovat v ŠVP tematické okruhy, celky a témata různých vzdělávacích oborů tak, aby byly maximálně podpořeny mezioborové, resp. mezipředmětové vztahy. Bohužel školy příliš nevyužily možnost se po této stránce profilovat. Mezipředmětové vztahy nebyly zmiňovány vůbec v ŠVP Gymnázia Jiřího Gutha-Jarkovského. V ŠVP zbývajících gymnázií byly obecněji popsány v charakteristikách školních vzdělávacích programů a v charakteristikách vzdělávacích oblastí Člověk a příroda a Matematika a její aplikace, konkrétněji v charakteristikách vyučovacích předmětů Zeměpis a Matematika. Cíle těchto zmiňovaných vzdělávacích oblastí a vyučovacích předmětů jsou velice podobné ve všech ŠVP a korespondují s cíli v RVP G: naučit žáky uplatňovat poznatky nabyté v jedné vzdělávací oblasti/v jednom předmětu ve vzdělávacích oblastech/v předmětech jiných. V ŠVP Gymnázia Jaroslava Heyrovského, Gymnázia profesora Jana Patočky a Gymnázia Voděradská byly zdůrazňovány vazby mezi jednotlivými tematickými okruhy zeměpisu a matematiky, ale přímo vazba kartografie a matematiky byla uvedena pouze v ŠVP Jaroslava Heyrovského.

Mezi kurikulární dokumenty jsem zařadila i učebnice zeměpisu, protože též vymezují obsah vzdělávání. Pomocí obsahové analýzy jsem zhodnotila, která z vybraného vzorku učebnic je nejvhodnější pro výuku mezioborového vztahu kartografie a matematiky. Tato analýza byla již částečně provedena v mé bakalářské práci a v diplomové práci byla rozšířena o další učivo. Sledovala jsem výskyt a kvalitu vysvětlení učiva významného z hlediska zmiňovaného mezioborového vztahu, množství učebních úloh a výskyt jejich řešení a množství doprovodných komponentů (obrázků a tabulek), které přispívají k větší názornosti. Již ve své bakalářské práci zmiňuji, že je v učebnicích vazbám kartografie a matematiky věnováno pouze málo prostoru, což se projevuje zejména na nedostatku početních úloh. Právě množství úloh a kvalita vysvětlení požadovaného učiva hrály při hodnocení učebnic největší roli. Především na základě těchto dvou hledisek jsem jako učebnice nejvhodnější k výuce mezioborového vztahu určila dvoudílnou řadu učebnic Zeměpis pro 1. ročník gymnázií a Zeměpis pro 2. ročník gymnázií. Protože je ale tato učebnice staršího data vydání, doporučila jsem žákům z důvodu vysokého počtu úloh a názorných obrázků učebnici Geografie pro střední školy I a učitelům z důvodu největšího zastoupení požadovaného učiva učebnici Příroda a lidé Země, které již na trhu běžně k dostání jsou.

V další části své diplomové práce jsem se podrobně věnovala učivu významnému z hlediska vazeb matematiky a kartografie. Částečně bylo toto učivo zpracováno již v mé bakalářské práci. V diplomové práci jsem se zaměřila na tvar a velikost Země, kartografická zobrazení a zkreslení. Shrnula jsem základní teorii, uvedla jsem praktické využití tohoto učiva a vymyslela několik vzorových příkladů s obecným zadáním a řešením. Tato část by mohla najít uplatnění při výuce mezioborového vztahu kartografie a matematiky.

Realizované kurikulum jsem zkoumala prostřednictvím dotazníků pro učitele zeměpisu a matematiky. Zajímala jsem se o to, jak vypadá reálná praxe výuky mezioborového vztahu kartografie a matematiky. Dotazníkovému šetření bylo podrobeno 15 učitelů, kteří vyučovali zeměpis nebo matematiku ve 2. ročnících čtyřletého studia nebo v odpovídajících ročnících osmiletého studia těch gymnázií, jejichž ŠVP byly analyzovány v rovině zamýšleného kurikula. Po vyhodnocení dotazníků jsem došla k závěru, že jak učitelé zeměpisu, tak učitelé matematiky jistým způsobem propojují při výuce oba předměty. Téměř vůbec ale při tom nepoužívají učebnice zeměpisu, protože je považují za nevyhovující. V dotaznících učitelé zmiňovali, že využívají pouze učebnice Příroda a lidé Země a Zeměpis pro 1. a 2. ročník gymnázií. Právě tyto učebnice, jak jsem uvedla již výše, vyšly v hodnocení z hlediska propojení kartografie a matematiky nejlépe. Všichni učitelé uvedli, že v jejich hodinách dochází k počítání příkladů s kartografickou tematikou, zejména pak s měřítky map a plánů. Příklady si většinou vymýšlí sami, proto by uvítali sbírku kartografických úloh, ze které by mohli čerpat.

Vzájemná spolupráce učitelů zeměpisu a matematiky neprobíhá skoro vůbec, což může působit nepříznivě na rozvoj mezipředmětových vztahů celkově. Pouze jeden učitel zeměpisu a jeden učitel matematiky zmínili spolupráci se svými kolegy v oblasti koordinace učiva a při přípravě na hodinu. Většina učitelů patří mezi příznivce integrované výuky, protože si myslí, že si při ní žáci lépe osvojí učivo, uvědomí si propojení předmětů a uvidí konkrétní aplikaci matematiky. Proti byli především učitelé matematiky, kterým přijde realizace integrované výuky příliš náročná a nepřinesla by podle nich žádné výsledky. Až na několik výjimek nemají učitelé s integrovanou výukou žádné zkušenosti. Zavedení integrované výuky sice není jednoduché, ale značně přispívá k rozvoji komplexního pohledu žáků na svět. Důležitou roli přitom sehrává právě spolupráce učitelů a ochota seznámit se také s učivem jiných předmětů. Úskalí vidím ovšem v nedostatku času učitelů a nedostatečné podpoře ze strany vedení škol. Jistá forma integrované výuky probíhá v rámci terénních cvičení, kartografických praktik či komplexních exkurzí na Gymnáziu Voděradská, Gymnáziu profesora Jana Patočky a Karlínském gymnáziu, což shledávám jako dobrou možnost propojení kartografie a matematiky.

Z porovnání ŠVP vybraných gymnázií a odpovědí učitelů v dotaznících vyplývá, že se učitelé podle ŠVP řídí pouze výjimečně. Někteří se snaží propojovat kartografii a matematiku, i když se jejich ŠVP mezipředmětovým, resp. mezioborovým vztahům vůbec nevěnuje. Jiní učitelé si na druhou stranu nejsou ani vědomi všech možností propojení zeměpisu a matematiky, které uvádí jejich ŠVP, a nemají zkušenosti s integrovanou výukou ani se spoluprací učitelů. Na výsledky výuky měl tedy hlavní vliv přístup učitelů.

Výsledky výuky z pohledu mezioborového vztahu kartografie a matematiky, neboli dosažené kurikulum, jsem zjišťovala prostřednictvím didaktických testů. Didaktického testování se zúčastnilo 225 žáků 2. ročníků čtyřletého a odpovídajících ročníků víceletého studia výše zmíněných gymnázií. Průměrná úspěšnost všech žáků dosáhla necelých 50 %.

Lepších výsledků v testu dosáhli chlapci než dívky, což připisuji jejich rozvinutějším matematickým schopnostem. Dále byla prokázána jistá závislost mezi výsledkem testu a známkou ze zeměpisu a matematiky (výsledek testu byl tím lepší, čím lepší byla známka ze zeměpisu či matematiky), přičemž byla tato závislost viditelně silnější mezi známkou z matematiky a výsledkem testu, než mezi známkou ze zeměpisu a výsledkem testu. Důvodem bylo zřejmě to, že velmi dobrou známku ze zeměpisu mohou získat i žáci, kteří mají slabší matematické schopnosti, bez kterých v matematice neuspějí.

Průměrná úspěšnost žáků jednotlivých gymnázií se značně lišila (největší Gymnázium Voděradská přes 63 %, nejmenší Karlínské gymnázium necelých 36 %). Pomocí F-testu bylo prokázáno, že mezi výsledky jednotlivých gymnázií je určitý rozdíl. Rozdíl mezi jednotlivými třídami byl pak již kromě Gymnázia Voděradská zanedbatelný. Na výsledky žáků měla tedy vliv rozdílná úroveň škol, v případě Gymnázia Voděradská také rozdílná úroveň tříd osmiletého a čtyřletého studia.

Z hlediska mezioborového vztahu kartografie a matematiky hrál svojí roli také přístup jednotlivých učitelů. Při porovnání odpovědí v dotazníkovém šetření s učiteli a výsledků žáků v didaktickém testu jsem došla k závěru, že výsledky didaktického testu ovlivnilo zejména množství probíraného učiva, počítání příkladů s různou tematikou a časová dotace tematického celku kartografie. Žákům dělalo větší potíže řešení úloh týkajících se toho učiva, které s nimi učitel zeměpisu neprobíral. U těchto úloh jsem zaznamenala zvýšený podíl žáků, kteří se do jejich řešení ani nepustili. Příznivě působili v případě některých gymnázií také učitelé matematiky, kteří se v hodinách snaží matematiku aplikovat v různých přírodních vědách, jakožto i v zeměpise (resp. kartografii). Je zajímavé, že ačkoliv učitelé matematiky i učitelé zeměpisu počítají s žáky v hodinách nejčastěji příklady s měřítky map a plánů, úspěšnost žáků právě v těchto úlohách byla většinou podprůměrná. To znamená, že i když učitelé s žáky při hodinách něco probírají, nemusí žáci toto učivo ovládat.

Dalším důvodem, který mohl ovlivnit výsledky didaktického testu, byla časová dotace tematického celku, ve kterém se probírá kartografie. Třídy učitelů, kteří věnují kartografii 10 hodin a kteří ji považují za důležitou, dopadly lépe než třídy s pětihodinovou časovou dotací, jejichž učitel navíc považuje kartografii za méně důležitou. Jistý vliv na výsledky v rámci jednotlivých gymnázií měly i aprobace učitelů. Zřejmě vůbec výsledky didaktického testování neovlivnily zkušenosti učitelů s integrovanou výukou, neboť školy, na kterých integrovaná výuka probíhá, nevykazovaly výrazně lepší výsledky.

Zřejmě na těchto školách probíhá pouze výjimečně a není zaměřena přímo na propojení kartografie a matematiky.

Dílčím cílem diplomové práce bylo vytvoření podkladového materiálu pro výuku mezioborového vztahu kartografie a matematiky. Součástí tohoto podkladového materiálu je sbírka úloh týkající se tvaru a velikosti Země, kartografických zobrazení a zkreslení, která vznikla jako reakce na výsledky analýzy učebnic a dotazníkového šetření s učiteli. Tato sbírka kompletuje sbírku vytvořenou v mé bakalářské práci. Její výhodou je, že obsahuje také klíč k řešení úloh s podrobně popsaným postupem.

Tato diplomová práce prokázala, že je učitelům jak v koncepčních, tak v projektových dokumentech dán prostor k realizaci mezioborového vztahu kartografie a matematiky, dále že v hodinách k propojování kartografie a matematiky (i když dle mého názoru ne zcela cíleně) skutečně dochází a většina žáků je schopna uspokojivě aplikovat matematické znalosti a dovednosti při řešení kartografických úloh.

Do budoucna by bylo přínosné se v rámci sledované problematiky věnovat analýze teoretické roviny kurikula vybraných zahraničních zemí a porovnání jejích výsledků s výsledky mé diplomové práce. Zkušenosti ze zahraničí by jistě mohly přinést nové pohledy na zkoumaný vztah kartografie a matematiky. Další možnost vidím v rozpracování jiných témat než kartografie a matematické geografie[24], ve kterých dochází k propojování s matematikou.

Věřím, že některé části této diplomové práce najdou praktické uplatnění při výuce zeměpisu či matematiky a že mnou provedená analýza kartografického učiva bude vodítkem pro některé učitele při výběru učebnice zeměpisu.

[24] Matematické geografii se podrobně věnovala ve své diplomové práci Mgr. Pavla Matýsková (2011).

Seznam literatury a použitých zdrojů

Antika [online]. © 2004, [cit. 29. 7. 2012]. Dostupné z WWW <http://antika.avonet.cz/>.

BIČÍK, I., JÁNSKÝ, B. a kol. (2001): Příroda a lidé Země: učebnice zeměpisu pro střední školy. ČGS, Praha, 136 s.

BRÁZDIL, R. (1981): Matematická geografie. SPN, Praha, 273 s.

ČAPEK, R. (1992): Geografická kartografie. SPN, Praha, 373 s.

ČAPEK, R. (2001): Matematická geografie. Karolinum, Praha, 85 s.

Český statistický úřad. [online]. © 2011, [cit. 29. 11. 2011]. Dostupné z WWW: <http://czso.cz >.

DEMEK, J., VOŽENÍLEK, V., VYSOUDIL, M. (1997): Geografie pro střední školy I - Fyzickogeografická část. SPN, Praha, s. 21 – 34.

DISMAN, M. (2002): Jak se vyrábí sociologická znalost: příručka pro uživatele. Karolinum, Praha, 374 s.

DRÁPELA, M. a kol. (2005): Dějiny kartografie – multimediální učebnice [online]. Geografický ústav Přírodovědecké fakulty Masarykovy univerzity v Brně, Brno. [cit. 11. 5. 2010]. Dostupné z WWW: <http://www.geogr.muni.cz/ucebnice/dejiny/index.php>.

EISNER, E. W. (1996): Cognition and curriculum Reconsidered. Teachers College, New York, 120 s.

Evropský pedagogický tesaurus. Ústav pro informace ve vzdělávání, Praha, 1993, 463 s.

GARDAVSKÝ, V. (1985): Zeměpis pro 2. ročník gymnázií. SPN, Praha, 192 s.

GAVORA, P. (2000): Úvod do pedagogického výzkumu. Paido, Brno, 207 s.

GAVORA, P. (2000): Úvod do pedagogického výzkumu. Paido, Praha, 207 s.

HANUS, M., ŠÍDLO, L. (2011): Školní atlas dnešního světa. Terra, Praha, 187 s.

HNILIČKOVÁ, J., JOSÍFKO, M., TUČEK, A. (1972): Didaktické testy a jejich statistické zpracování. SPN, Praha, 199 s.

HOJOVEC, V. a kol. (1987): Kartografie. Geografický a kartografický podnik, Praha, 660 s.

HONS, J., ŠIMÁK, B. (1942a): Pojďte s námi měřit zeměkouli I. Nakladatelství Dr. K. Kolářové, Praha, 138 s.

HONS, J., ŠIMÁK, B. (1942b): Pojďte s námi měřit zeměkouli II. Nakladatelství

Dr. K. Kolářové, Praha, 151 s.

HOPMANN, S., RIQUARTS, K. a kol. (1995): Didaktik und/oder Curriculum. Zeitschrift für Pädagogik. Beihe 33. Beltz Verlag, Weinheim und Basel, 320 s.

HÜBELOVÁ, D., NAJVAROVÁ, V., CHÁROVÁ, D. (2008): Uplatnění didaktických prostředků a médií ve výuce zeměpisu. In Učebnice z pohledu pedagogického výzkumu. Paido, Brno, s. 148-163.

HUDECOVÁ, D. (2001): Jak učitelé využívají a hodnotí učebnice zeměpisu. Vyhodnocení průzkumu PC Plzeň provedeného v západních Čechách. Pedagogika, 51, č. 3, s. 327 – 335.

HYBÁŠEK, J. (1993): Topografická a tematická kartografie. Cerm, Brno, 84 s.

CHALUPOVÁ, D. (2000): Učebnice zeměpisu České republiky – strukturní složky. In Geographical studies, Univerzita Konštantína Filozofa, Nitra, s. 364-366.

CHÁROVÁ, D. (2009): Využití didaktických prostředků ve výuce zeměpisu. Diplomová práce. Katedra geografie, Pedagogická fakulta Masarykovy univerzity v Brně, Brno, 62 s.

CHLUBNÝ, J., BUSTOVÁ M. (2007): Eratosthenés z Kyrény a měření zemského obvodu. [online]. ©2004, [2. 6. 2012]. Dostupné z WWW: <http://antika.avonet.cz/article.php?ID=4640#forum>.

CHRÁSKA, M. (1999): Didaktické testy. Paido, Brno, 96 s.

CHRÁSKA, M. (2007): Metody pedagogického výzkumu: základy kvantitativního výzkumu. Grada, Praha, 272 s.

Institut výzkumu školního vzdělávání [online]. Pedagogická fakulta Masarykovy univerzity v Brně. [cit. 24. 6. 2012]. Dostupné z WWW: <http://www.ped.muni.cz/weduresearch/joomla/index.php?option=com_content&view=article&id=89&Itemid=81>.

JACKSON, P. W. (1992): Handbook of Research on Curriculum – A Project of the AERA. Macmillan, New York, 1088 s.

JANÁS, J. (1985): Mezipředmětové vztahy a jejich uplatňování ve fyzice a chemii na základní škole. Univerzita J. E. Purkyně v Brně, Brno, 88 s.

JANDOUREK, J. (2001): Sociologický slovník. Portál, Praha, 285 s.

JANÍK, T.; KNECHT, P. (2007): Pedagogický výzkum a kurikulární reforma české školy. [online]. In Svět výchovy a vzdělávání v reflexi současného pedagogického výzkumu. Sborník příspěvků XV. konference České asociace pedagogického výzkumu [CD-ROM]. KPP PdF JČU, České Budějovice. [cit. 13. 7. 2012]. Dostupné z WWW:

<http://www.ped.muni.cz/weduresearch/publikace/0004.pdf>.
JANOUŠKOVÁ, E. (2008): Analýza učebnic zeměpisu. Disertační práce. Katedra pedagogiky, Pedagogická fakulta Masarykovy univerzity v Brně, Brno, 177 s.
JÁNSKÝ, B. a kol. (1997): Země – úvod do geografie. ČGS, Praha, 64 s.
JEŘÁBEK, H. (1993): Úvod do sociologického výzkumu. Karolinum, Praha, 162 s.
KARAS, P., HANÁK L. (2006): Maturitní otázky ze zeměpisu. Tutor, Praha, 216 s.
KAŠPÁRKOVÁ, S. (2007): Historický vývoj přírodovědného poznání. Fakulta humanitních studií, Univerzita Tomáše Bati, Zlín, 40 s.
KAŠPAROVSKÝ, K. (1999): Zeměpis I v kostce: pro střední školy. Fragment, Praha, 139 s.
KNECHT, P. (2006). Hodnocení učebnic zeměpisu z pohledu žáků 2. stupně základních škol. In Maňák, J., Klapko, D. a kol., Učebnice pod lupou. Paido, Brno, s. 85–96.
KNECHT, P. (2007). Frekvenční pojmová analýza učebnic zeměpisu. In Maňák, J., KNECHT, P. a kol.: Hodnocení učebnic. Paido, Brno, s. 121–134.
KNECHT, P., JANÍK, T. a kol. (2008): Učebnice z pohledu pedagogického výzkumu. Paido, Brno, 198 s.
KORVAS, P. (2009): Integrovaná výuka a tělesná výchova na ZŠ. Masarykova univerzita, Brno, 109 s.
KOŠÍKOVÁ, R. (2008): Postavení kartografie ve výuce zeměpisu na školách. Bakalářská práce. Katedra sociální geografie a regionálního rozvoje, Přírodovědecká fakulta Univerzity Karlovy v Praze, Praha, 45 s.
KOVALIKOVÁ, S. (1995): Integrovaná tematická výuka. Spirála, Kroměříž, 304 s.
KÜHNLOVÁ, H. (1999): Kapitoly z didaktiky geografie. Karolinum, Praha, 145 s.
LAWTON, D., GORDON, P. (1993): Dictionary of Education. Hodder and Stoughton, London, 200 s.
LEIPERTOVÁ, G. (2010): Matematické dovednosti aplikované při výuce kartografie na gymnáziu. Bakalářská práce. Katedra sociální geografie a regionálního rozvoje, Přírodovědecká fakulta Univerzity Karlovy v Praze, Praha, 85 s.
LEWY, A. a kol. (1991): The International Encyclopedia of Curriculum. Pergamon Press, Oxford – New York, 1064 s.
LITTLE, J. W. (1982): Norms of Collegiality and Experimentation: Workplace Conditions of School Success. In: American Educational Research Journal. 19, č. 3, s. 325 – 340.

MAŇÁK, J. (2003): Problém – kurikulum. In Pedagogická orientace. Pedagogická fakulta Masarykovy univerzity, Brno, 13, č. 3, s. 62-69.

MAŇÁK, J., JANÍK, T. (2006): Model tvorby kurikula všeobecného vzdělávání. In Orbis scholae. Karolinum, Praha, s. 98-110.

MAŇÁK, J., JANÍK, T., ŠVEC, V. (2008): Kurikulum v současné škole. 1. vydání. Paido, Brno, 127 s.

MAŇÁK, J.; KLAPKO, D. a kol. (2006): Učebnice pod lupou. Paido, Brno, 124 s.

MAŇÁK, J., KNECHT, P. a kol. (2007): Hodnocení učebnic. Paido, Brno, 140 s.

MARTÍNEK, J. (2003): Kdo byl kdo - světoví cestovatelé a mořeplavci. Libri, Praha, 551 s.

Matematika. Školní vzdělávací program Naše škola – učební osnovy. [online]. Karlínské gymnázium, Praha, 12 s. [cit. 11. 12. 2011]. Dostupné z WWW:
< http://www.gyperner.cz/files/soubory/20090831133756.pdf>.

MATÝSKOVÁ, P. (2011): Matematické dovednosti aplikované ve výuce geografie na SŠ na příkladu tematického celku Země jako vesmírné těleso. Katedra sociální geografie a regionálního rozvoje, Přírodovědecká fakulta Univerzity Karlovy v Praze, Praha, 100 s.

MIČIAN, L. (1984): Zeměpis pro 1. ročník gymnázií. SPN, Praha, 296 s.

MIKŠOVSKÝ, M. (1987): Kartografie. Geodetický a kartografický podnik, Praha, 209 s.

Ministerstvo školství, mládeže a tělovýchovy. [online]. © 2012, [cit. 16. 5. 2012]. Dostupné z WWW: <http://www.msmt.cz>.

MURDYCH, Z. (1988): Kartografie: dočasná vysokoškolská učebnice. Ministerstvo školství ČSR, Praha, 248 s.

Národní geoportál INSPIRE. [online]. © 2010-2012, [cit. 20. 11. 2011]. Dostupné z WWW: <http://geoportal.gov.cz >.

Národní program rozvoje vzdělávání v České republice (Bílá kniha). [online]. MŠMT, Praha, 98 s. [cit. 24. 7. 2012]. Dostupné z WWW:
<http://aplikace.msmt.cz/pdf/bilakniha.pdf>

NOVÁK, S., DEMEK, J. (1998): Planeta Země se představuje. Práce, Praha, 79 s.

NOVÁK, V., MURDYCH, Z. (1988): Kartografie a topografie. SPN, Praha, 318 s.

ODVÁRKO, O., KADLEČEK, J. (2004): Přehled matematiky pro základní školy a více letá gymnázia. Prometheus, Praha, 270 s.

PLCH, J. (1987): Mezipředmětové vztahy a specifika výchovně vzdělávacího procesu. SPN, Praha, 67 s.

PLUSKAL, M. (1996): Hodnocení obtížnosti výkladového textu středoškolských učebnic zeměpisu z historického hlediska. In: Chráska, M., Kalhous, Z.: Pedagogická evaluace v podmínkách současné české školy. Sborník referátů ze 4. konference ČAPV. ČAPV, Olomouc, s. 166 – 168.

PODROUŽEK, L. (2002): Integrovaná výuka na základní škole. Fraus, Plzeň, 96 s.

POL, M., LAZAROVÁ, B. (1999): Spolupráce učitelů – podmínka rozvoje školy. Agentura STROM, Praha, 78 s.

PRŮCHA, J. (1996): Pedagogická evaluace. Masarykova univerzita, Brno, 166 s.

PRŮCHA, J. (1998): Učebnice: teorie a analýzy edukačního média: příručka pro studenty, učitele, autory a výzkumné pracovníky. Paido, Brno, 148 s.

PRŮCHA, J. (2006): Učebnice: teorie, výzkum a potřeby praxe. In Maňák, J.; Klapko, D. a kol.: Učebnice pod lupou. Paido, Brno, s. 9 – 22.

PRŮCHA, J. (2009a): Moderní pedagogika. Čtvrté, aktualizované vydání. Portál, Praha, 488 s.

PRŮCHA, J. (2009b): Pedagogický slovník. Portál, Praha, 395 s.

PŮLPÁN, Z. (1991): Základy sestavování a klasického vyhodnocování didaktických testů. Kotva, Hradec Králové, 148 s.

Rámcový vzdělávací program pro gymnázia. [online]. VÚP, Praha, 113 s. [cit. 25. 5. 2012]. Dostupné z WWW:
<http://www.msmt.cz/uploads/Vzdelavani/Skolska_reforma/RVP/RVP_gymnazia.pdf>.

Rámcový vzdělávací program pro základní vzdělávání. [online]. VÚP, Praha, 126 s. [cit. 26. 5. 2012]. Dostupné z WWW:
<http://vuppraha.cz/wp-content/uploads/2009/12/RVPZV_2007-07.pdf>.

REKTORYS, K. (2000): Přehled užité matematiky I. Prometheus, Praha, 720 s.

ROBINSON, A., H. a kol. (1995): Elements of cartography. Wiley, New York, 674 s.

ROTH, L. (1991): Pädagogik. Handbuch für Theorie und Praxis. Ehrenwirth, München, 1157 s.

Řezníčková, D. (2010): Nový projekt dalšího vzdělávání: Přírodní vědy a matematika na středních školách. Geografické rozhledy, 10-11, č. 1, s. 20.

SEGUIN, R. (1991): Curriculum Development and Implementation of Teaching Programmes. UNESCO rep. ED-91/WS-17, s. 111.

SKALKOVÁ, J. (2007): Obecná didaktika. 2., rozšířené a aktualizované vydání. Grada, Praha, 322 s.

SMOLOVÁ, I. (2003): Zeměpis na dlani. Rubico, Olomouc, 124 s.
SMOLOVÁ, I. (2003): Zeměpis na dlani. Rubico, Olomouc, 124 s.
STODOLSKY, S. (1988): The Subject Matters: Classroom Activity in Math and Social Studies. The University of Chicago Press, Chicago, 214 s.

STRAKOVÁ, J, TOMÁŠEK, V., PALEČKOVÁ, J. (1996): Třetí mezinárodní výzkum matematického a přírodovědného vzdělání. Souhrnné výsledky žáků 8. ročníku. Výzkumný ústav pedagogický, Praha, 74 s.

STRAKOVÁ, J. (2009): Vzdělávací politika a mezinárodní výzkumy výsledků vzdělávání v ČR. In Orbis scholae. Ústav výzkumu a rozvoje vzdělávání Pedagogická fakulta Univerzity Karlovy, Praha, 5, č. 3, s. 103 - 118

SVATOŇOVÁ, H. (2000): K problematice životního prostředí v učebnicích zeměpisu České republiky pro základní školy. In Geographical studies. Univerzita Konštantína Filozofa, Nitra, s. 378-387.

Školní atlas světa. 1. vydání. SHOCart, Zádvěřice, 2004, 112 s.

Školní atlas světa. 2. vydání. Kartografie Praha, Praha, 2007, 175 s.

Školní atlas světa. 3. vydání. Kartografie Praha, Praha, 2011, 176 s.

Školní atlas světa. 7. vydání. Kartografie Praha, Praha, 1998, 148 s.

Školní vzdělávací program - čtyřleté studium. [online]. Gymnázium Jaroslava Heyrovského, Praha, 294 s. [cit. 11. 12. 2011]. Dostupné z WWW: <http://www.gymjh.cz/cs/download/svp-ctyrlete-1-9-2011web.pdf >.

Školní vzdělávací program Cesta k celoživotnímu vzdělávání. [online]. Gymnázium Voděradská, Praha, 133 s. [cit. 11. 12. 2011]. Dostupné z WWW: <http://www.gymvod.cz/svp/>.

Školní vzdělávací program Naše škola. [online]. Karlínské gymnázium, Praha, 16 s. [cit. 11. 12. 2011]. Dostupné z WWW: <http://www.gyperner.cz/files/soubory/20101203084625.pdf>.

Školní vzdělávací program Vzdělání - cesta ke svobodě. [online]. Gymnázium profesora Jana Patočky, Praha, 227 s. [cit. 11. 12. 2011]. Dostupné z WWW: <http://www.gpjp.cz/Downloads/svp_gpjp4_final.pdf>.

Školní vzdělávací program. Gymnázium Jiřího Gutha-Jarkovského, Praha, 2009, 137 s.

VALIŠOVÁ, A., KASÍKOVÁ, H. a kol. (2007): Pedagogika pro učitele. Praha, Grada, 402 s.

VOŽENÍLEK, V. (2001): Aplikovaná kartografie I – tematické mapy. Vydavatelství

Univerzity Palackého v Olomouci, Olomouc, 187 s.

WAHLA, A. (1983): Strukturní složky učebnic geografie. SPN, Praha, 83 s.

WAHLA, A. (1989): Tvorba moderních učebnic geografie. Geografický ústav ČSAV, Brno, 99 s.

WALTEROVÁ, E. (1994): Kurikulum – Proměny a trendy v mezinárodní perspektivě. Masarykova univerzita, Brno, 185 s.

WEINHÖFER, M. (2011): Metoda tvorby učebnic zeměpisu pomocí analýzy učebnic zeměpisu a RVP ZV. Disertační práce. Katedra pedagogiky, Pedagogická fakulta Masarykovy univerzity v Brně, Brno, 211 s.

WITTLICHOVÁ, J. (2003): Týmová výuka a její uplatnění v praxi současné české školy. Diplomová práce. Praha, Filozofická fakulta Univerzity Karlovy, 100 s.

Zákon č.561/2004 o předškolním, základním, středním, vyšším odborném a jiném vzdělávání (školský zákon). [online]. © 2012, [cit. 21. 6. 2012]. Dostupné z WWW: <http://aplikace.msmt.cz/Predpisy1/sb190-04.pdf >.

Zeměpis. Školní vzdělávací program Naše škola – učební osnovy. [online]. Karlínské gymnázium, Praha, 9 s. [cit. 11. 12. 2011]. Dostupné z WWW: <http://www.gyperner.cz/files/soubory/20090831133521.pdf>.